1. В Саши 34 монеты достоинствами 1, 3, 5 и 7 единиц. Есть ли в его коллекции 9 монет одного достоинства?

Решение: да, есть. Если бы монет каждого достоинства было не более 8, то всего монет было бы не более 4х8=32, а их 34.

2. В магазине продаются карандаши 5 цветов. Яна купила 16 карандашей. Докажите, что среди них есть четыре одного цвета.

Решение: предположим, что нет четырёх одинаковых карандашей. Тогда карандашей каждого цвета не больше трёх. Тогда всего карандашей не больше, чем 5х3=15. Но у Яны 16 карандашей. Получаем противоречие. Значит карандашей какого-то цвета не меньше четырёх.

3. Юля в том же магазине купила 9 карандашей. Докажите, что есть хотя бы два таких цвета, что карандашей этих двух цветов у Юли поровну.

Решение: предположим, что таких двух цветов не найдётся. Тогда возьмём самый «малочисленный» цвет. Карандашей этого цвета будет хотя бы ноль (меньше просто не бывает). Карандашей второго по численности цвета будет хотя бы 1, третьего – хотя бы 2, четвёртого – хотя бы 3, пятого хотя бы 4. Тогда всего карандашей должно быть хотя бы 0+1+2+3+4=10. Но у Юли только 9 карандашей. Получили противоречие. Утверждение доказано.

4. На прогулке в детском саду пятеро малышей собирали листья для гербария, всего 14 листьев. Каждый малыш нашёл хотя бы один лист. Верно ли, что не менее двух малышей нашли одинаковое количество листьев?

Решение: предположим, что малыши нашли различное количество листьев, тогда их должно быть 1+2+3+4+5=15. Но нашли всего 14 листьев, следовательно, кто-то один, кроме первого, нашёл на 1 листик меньше. Тогда верно, что не менее двух малышей нашли одинаковое количество листьев.

5. Семь золотоискателей нашли 32 слитка золота. Могло ли случиться так, что при этом все они нашли разное количество слитков, если известно, что каждый обнаружил хотя бы два?

Решение: Пусть первый обнаружил минимальное количество слитков – 2, второй – 3, … седьмой – 8, тогда всего слитков должно быть 2+3+4+…+8=35, а найдено по условию 32, следовательно, найдётся не менее двух золотоискателей, обнаруживших одинаковое количество слитков золота.

6. В клубе любителей фантастической литературы подводили итоги недели: из 28 участников клуба Федя прочитал больше всего книг – 13. Верно ли, что среди

участников клуба есть не менее трёх ребят, которые прочли одинаковое количество книг?

Решение: наибольшее количество прочтённых книг одним участником клуба – 13. Если бы одинаковое количество книг прочли по двое ребят, то всего ребят было бы 13x2=26, а в клубе 28 участников, следовательно, не менее трёх участников прочли одинаковое количество книг.

7. В классе 26 учеников. Верно ли, что:

а. обязательно найдутся четверо, отмечающих день рождения в один месяц?

б. обязательно найдутся по крайней мере два месяца, когда день рождения отмечают ровно три ученика класса?

Решение:

*а. Нет, не обязательно. Если предположить, что по двое ребят родилось в каждом из 12 месяцев, то всего ребят должно быть 2x12=24, что на 2 меньше численности ребят в классе. Эти двое могли родиться в разные месяца, следовательно, обязательно найдется **трое**, отмечающих день рождения в один месяц, но не четверо.*

б. Нет, не обязательно. Ведь может быть ситуация, когда все ребята родились в один месяц.

8. Имеется 25 натуральных четырехзначных числа, записанных цифрами 1, 2, 3, 4, причём все цифры в них различны. Верно ли, что среди них обязательно найдутся 2 равных числа?

Решение: из четырёх цифр можно составить 4x3x2x1=24 различных четырёхзначных числа при условии, что цифры в числе не повторяются. А у нас 25 чисел, следовательно, среди них есть не менее двух одинаковых чисел.

9. В турнире по волшебству участвуют 15 волшебников. Любые два волшебника встречаются на соревновании только один раз. Известно, что каждый волшебник уже принял участие в турнире. Верно ли, что найдутся два волшебника, которые провели одинаковое количество встреч?

Решение: если в турнире каждые два волшебника обязательно должны встретиться, то каждый волшебник должен провести 15-1=14 встреч. Если предположить, что каждый из 15 участников провёл разное количество встреч, их должно быть от 1 (т.к. каждый волшебник уже принял участие в турнире, т.е. провёл хотя бы одну встречу) до 15. А максимальное количество встреч каждого из участников – 14, следовательно, не менее двух волшебников провели одинаковое количество встреч.

10. В библиотеке открыли кружки по математике, программированию и иностранным языкам. Занятия посещают 25 ребят, из которых 20 ходит на математику, 17 – на программирование, а 14 – на иностранные языки. Верно ли, что среди ребят найдётся хотя бы один, кто посещает все три кружка?

Решение: занимаются математикой и программированием 20+17-25=12 ребят, помимо этих ребят занятия посещают не более 25-12=13 ребят, а на иностранные языки ходит 14 человек, значит среди ребят найдется хотя бы один человек, который ходит на все три кружка.

11. Верно ли, что в компании из 6 человек обязательно найдется не менее двух ребят, имеющих одинаковое количество друзей в этой компании? Подсказка: может ли быть в одной компании человек, который не дружит ни с кем, и человек, который дружит со всеми, одновременно?

Решение: если в компании 6 человек, то вариантов, кто с кем дружит, всего 6: от 0 до 5. Если есть тот, кто дружит с пятью (остальными) ребятами, и есть тот, кто не дружит ни с кем, возникает противоречие. Следовательно, утверждение ложно.