

- 1.1. Два котёнка плавали в лодке. К реке пришла стая собак. Лодка была так мала, что в ней помещались либо два котёнка, либо одна собака. Смогут ли собаки переправиться на другой берег?

**Ответ:** Да, смогут.

**Решение:** Сначала оба котёнка плывут на другой берег, после чего один остаётся там, а другой возвращается на лодке. Затем собака переплывает в лодке на другой берег, где котёнок забирает лодку и плывёт обратно. Таким же образом переплывают все остальные собаки.

- 1.2. Катя перемножила цифры в числе и получила 200. Какое наименьшее число могло быть?

**Ответ:** 558.

**Решение:** Число 200 раскладывается на простые множители как  $2^3 \times 5^2$ . Чтобы минимизировать число, нужно использовать как можно меньше цифр. Вместо трёх двоек можно использовать одну цифру 8. Получаем цифры 5, 5 и 8. Самое маленькое число из этих цифр — 558.

- 1.3. В волшебном лесу живут эльфы и тролли. Эльфы всегда говорят правду, а тролли всегда лгут. Путешественник встретил пятерых лесных жителей. На его вопрос «Сколько среди вас эльфов?» первый ответил: «Ни одного!», а двое других сказали: «Один». Что ответили остальные двое?

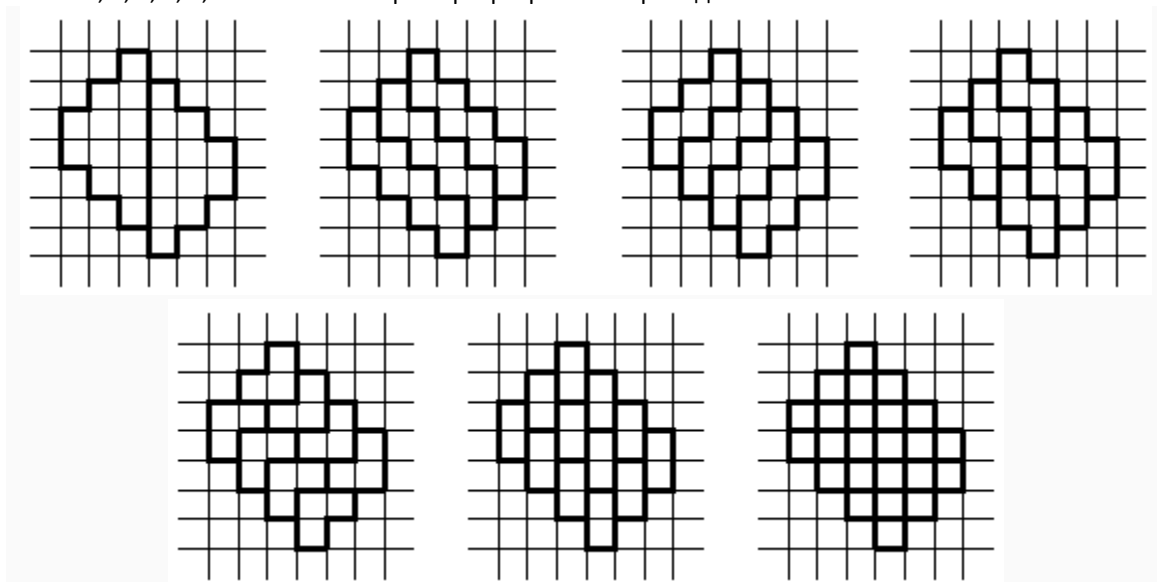
**Ответ:** «Два».

**Решение:** Первый житель не может быть эльфом, потому что тогда он сказал бы правду, но эльфов бы не было, что противоречит его статусу. Значит, он тролль, и эльфы есть. Двое, сказавшие «один», не могут быть эльфами, иначе эльфов было бы двое. Значит, они тоже тролли. Так как они солгали, эльфов не один, а как минимум два. Оставшиеся двое должны быть эльфами и сказать правду: «Два».

- 1.4. Карлсон хочет разделить на равные по форме части шоколадку, которая имеет форму фигуры, изображенной на рисунке. Сколько частей он может получить?

**Ответ:** 2, 3, 4, 6, 8, 12 или 24 части.

**Решение:** Фигура состоит из 24 клеток. Чтобы разделить её на одинаковые по форме и размеру части, количество частей должно быть делителем числа 24. Исключая саму фигуру (1 часть), возможные варианты: 2, 3, 4, 6, 8, 12 и 24 части. Примеры разрезания приведены ниже.



- 1.5. Винни-Пух нашёл восемь горшочков с мёдом. Разрешается взять любые два горшочка и уравнивать в них количество мёда, перекладывая мёд из одного в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех горшочках было поровну мёда.

**Решение:** Разделим горшочки на четыре пары и уравнием мёд в каждой паре. Теперь у нас две одинаковые группы по четыре горшочка. Уравнием мёд в первой группе, а затем тем же способом — во второй. Таким образом, задача сводится к случаю с четырьмя горшочками. Затем повторяем процесс для двух пар и, наконец, для двух горшочков, где уравнивание возможно по условию.

- 1.6. У Кощея Бессмертного есть 6 заколдованных сундуков и 6 волшебных ключей-невидимок. Никто не знает, какой ключ от какого сундука.

а) Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка открыть все сундуки?

б) Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка узнать, какой ключ к какому сундуку подходит?

**Ответ:** а) 21 попытка; б) 15 попыток.

**Решение:** Берём первый ключ и пробуем открыть им сундуки. Если за 5 попыток сундук не открылся, значит, ключ подходит к шестому сундуку. Таким образом, на первый ключ тратится не более 5 попыток. Остается 5 ключей и 5 сундуков. Для следующего ключа потребуется 4 попытки и так далее. Всего:  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  попыток. При этом, чтобы открыть сундуки, понадобится ещё 6 попыток,  $15 + 6 = 21$ .

- 1.7. Новости идут целое число минут. При этом, когда посмотрели в программке время начала и конца новостей (минуты и часы по 24-часовой шкале чч:мм - чч:мм), оказалось, что в записи использованы 8 различных цифр. Какое наименьшее время могли идти новости?

**Ответ:** 36 минут.

**Решение:** Первая цифра может быть 0, 1 или 2. Если начало в 0х, то конец по крайней мере в 12 (т.е. идет минимум 2 часа). В случае 0х - 2х - еще больше. Тогда рассматриваем 19:xx-20:xx. Максимизируем начало и минимизируем конец, получаем 19:58-20:34, значит, новости шли 36 минут.

- 1.8. В числах СНЕГОВИК и ИРИСКА каждая буква обозначает цифру (разным буквам соответствуют разные цифры). Известно, что у этих чисел произведения цифр равны. Могут ли оба числа быть нечётными?

**Ответ:** Нет.

**Решение:** Заметим, что использованы 10 различных букв, поэтому каждая цифра обозначена какой-нибудь буквой, в частности, среди этих цифр есть ноль. Таким образом, произведение цифр одного (а значит, и второго) числа равно нулю. Следовательно, в записи обоих чисел есть ноль. В словах СНЕГОВИК и ИРИСКА общие буквы И, С и К, поэтому ноль обозначает одна из них. Это не могут быть С и И, поскольку числа не могут начинаться с нуля. Значит, ноль обозначен буквой К. В числе СНЕГОВИК на конце ноль, то есть оно чётное.

- 1.9. Сломанный калькулятор выполняет только одну операцию «треугольник»:  $a \triangle b = 1 - a : b$ . Докажите, что с помощью этого калькулятора все же возможно выполнить любое из четырёх арифметических действий.

**Решение:**

Деление:  $(a \triangle b) \triangle 1 = 1 - ((a \triangle b) : 1) = 1 - (1 - a : b) = a : b$ .

Умножение:  $a \cdot b = a : (1 : b) = a : ((1 \triangle b) \triangle 1) = (a \triangle ((1 \triangle b) \triangle 1)) \triangle 1$ .

Вычитание:  $a - b = (b \triangle a) \cdot a = ((b \triangle a) \triangle ((1 \triangle a) \triangle 1)) \triangle 1$ .

Сложение:  $a + b = a - (0 - b)$ .