

Вступительная работа 2025/2026 учебного года

6 класс, 21.09.2025 Все задачи и решения

1. В комнате находятся три человека разных типов: рыцарь (всегда говорит правду), лжец (всегда лжет) и хитрец (может говорить всё, что хочет). Первый из них сказал, что остальные два одного типа, второй – что остальные двое разных типов, а третий – что первый хитрец. Кто из них к какому типу относится?

Решение: Рассмотрим высказывание первого. Он солгал, так как двух людей одного типа в комнате нет. Значит, рыцарем он быть не может. Пусть он хитрец, тогда третий сказал правду, и он не лжец. Значит, лжецом может быть только второй, но второй сказал правду. Противоречие. Тогда первый – лжец, третий – хитрец, так как солгал, и второй – рыцарь.

Ответ: Первый – лжец, второй – рыцарь, третий – хитрец

2. Петя и Вася ломали палочки. В начале у Пети было 20 палочек, у Васи – 25. Когда они закончили, выяснилось, что Петя сделал 9 разломов, и получил на 17 меньше палочек, чем Вася. Сколько разломов сделал Вася?

Решение: Каждый разлом делает из одной палочки две, то есть увеличивает их количество на 1. У Пети получится $20 + 9 = 29$ палочек, у Васи $29 + 17 = 46$ палочек, а разломов он сделает $46 - 25 = 21$

Ответ: 21

3. В трамвае 60 пассажиров. 50 сели на Таллинской, 50 едут до Щукинской, 30 программистов. Известно, что 20 программистов сели на Таллинской и столько же их едет до Щукинской, а ещё известно, что 40 человек село, чтобы проехать весь маршрут. Сколько среди них программистов?

Решение: Всего $60 - 50 = 10$ пассажиров вошли в трамвай не на Таллинской. При этом все они – программисты, так как ровно столько же $30 - 20 = 10$ программистов вошли не на Таллинской. Аналогично, всего 10 пассажиров едут не до Щукинской, и все они – программисты. Значит, все пассажиры, не являющиеся программистами, едут от Таллинской до Щукинской. Таких пассажиров $60 - 30 = 30$, всего от Таллинской до Щукинской едут 40, значит программистов среди них $40 - 30 = 10$

Ответ: 10

4. Тетя Зина работает в магазине, и ей необходимо выдать сдачу в 16 рублей, сколькими способами она сможет это сделать, если у нее есть только монеты номинала в 1 рубль, 2 рубля, 5 рублей.

Решение: Решим более общую задачу. Выдать x рублей рублёвыми монетами можно единственным способом. Если добавить двухрублёвые монеты, то можно выдать $0, 1, 2, \dots, k$ двухрублёвых монет, а остаток выдать рублёвыми, причём k – частное от деления с остатком x на 2. Таким образом получится $k + 1$ вариант.

Добавим пятирублёвые монеты и перейдём к задаче с $x = 16$. Если выдать 0 пятирублёвых монет, то останется 16 рублей, что даст $16 : 2 + 1 = 9$ способов. Если выдать 1 пятирублёвую монету, останется 11 рублей, что даст $11 : 2 + 1 = 6$ способов. Если выдать 2 пятирублёвых монеты, останется 6 рублей, что даст $6 : 2 + 1 = 4$ способа. Наконец, если выдать 3 пятирублёвых монеты, останется 1 рубль, который можно выдать единственным способом. Итого $9 + 6 + 4 + 1 = 20$ способов.

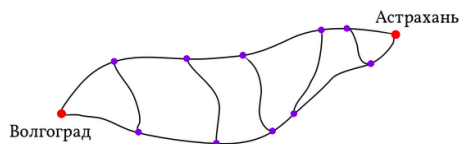
Ответ: 20

5. Настя достаёт из шкафа книги по математике и раскладывает по годам. Треть оказались выпущены после 2000 года. Из оставшихся половина до 1985 года. Разложив их, Настя решает больше не раскладывать по годам, и ещё не разложенные делит поровну: на толстые и тонкие. Тонких оказывается 10. Сколько книг было в шкафу у Насти?

Решение: Начнём с конца. Если толстых и тонких книг поровну, то толстых 10. Значит всего осталось $10 + 10 = 20$, и это половина книг, выпущенных не после 2000 года. Значит всего таких $20 \cdot 2 = 40$. Это две трети всех книг из шкафа, значит всего у Насти в шкафу было $40 : 2 \cdot 3 = 60$ книг.

Ответ: 60

6. Из Волгограда в Астрахань ведут 2 шоссе, соединенных 5 просёлочными дорогами. Сколькими способами можно проехать из Волгограда в Астрахань так, чтобы дорога не пересекала себя?



Решение: Выехать из Волгограда можно двумя способами. Если мы приезжаем на перекрёсток по шоссе со стороны Волгограда, то можем или ехать дальше, или повернуть на просёлочную дорогу: если развернуться, то наш путь пересечёт себя. Чтобы доехать до Астрахани, нужно посетить хотя бы один перекрёсток на каждой из просёлочных дорог, причём каждый перекрёсток можно посетить только единожды. Если мы едем по просёлочной дороге, то один из перекрёстков на ней мы уже посетили, второй посетим при выезде, значит, выезжать с просёлочной дороги в сторону Волгограда нельзя. Таким образом, при выезде с просёлочной дороги мы обязательно повернём в сторону Астрахани. Значит всего перекрёстков, где мы выбираем направление, 5, по количеству просёлочных дорог. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

Ответ: 64

7. Маляр решил покрасить всю поверхность обеих фигурок, кроме частей соприкасающихся с полом. На каждый квадратик уходит ровно 1 грамм краски. На какую фигуру уйдет больше краски и на сколько.

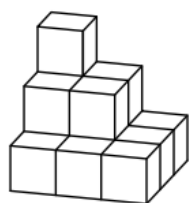


Рис. 1

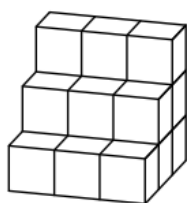


Рис. 2

Решение: Будем смотреть на фигуру с разных сторон. Сколько квадратов видим – столько красим. Снизу, сверху и с боков фигуры выглядят одинаково. Спереди и сзади на второй фигуре видно по 3 лишних квадрата, на каждый уйдёт по грамму краски, итого $3 + 3 = 6$ граммов краски.

Ответ: На фигуру на рисунке 2, на 6 г

8. Сколько можно построить различных прямоугольных параллелепипедов, у которых длина каждого ребра является целым числом от 1 до 10?

Решение: Разобьём параллелепипеды на 3 типа.

Первый тип – кубы. Таких всего 10.

Второй тип с двумя одинаковыми сторонами. Таких $10 \cdot 9 = 90$: одну сторону можно выбрать 10 способами, оставшиеся 9.

Третий тип – все стороны разные. При этом если поменять местами высоту с шириной или с глубиной, параллелепипед не изменится. Поменять стороны местами можно 6 способами, выбрать стороны, соответственно 10, 9 и 8 способами. Получается, таких параллелепипедов $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} = 120$. В сумме $10 + 90 + 120 = 220$

Ответ: 220