

Вступительная работа 2025/2026 учебного года

9-11 класс, 21.09.2025.

1. При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 + (2 - a)x - a - 3 = 0$$

наименьшая?

2. Юра начинает спускаться по лестнице в тот же момент, когда Илья начинает по ней подниматься. После момента, когда ребята встретились, Юре потребовалось ещё 16 секунд, чтобы дойти до нижнего конца лестницы, а Илье — 36 секунд, чтобы дойти до верхнего конца. Через сколько секунд после начала движения ребята встретились?
3. Про натуральные числа n, m, k, l известно, что $nm + kl$ делится на $n + k$. Докажите, что $nl + mk$ делится на $n + k$.
4. Каждую точку прямой покрасили в один из двух цветов. Обязательно ли найдётся отрезок, у которого концы и середина покрашены в один цвет?
5. Высоту $АН$ треугольника ABC продлили до повторного пересечения с описанной окружностью в точке M . Отрезок MN — биссектриса треугольника AMB . Найдите длину отрезка NB , если все стороны треугольника ABC равны 1.
6. Изобразите на координатной плоскости множество всех таких точек $(a; b)$, что система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ x + y = b \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. Многочлен третьей степени с целыми коэффициентами имеет три различных натуральных корня. В нуле этот многочлен принимает положительное значение, меньшее 25. Сколько существует таких многочленов?
8. В сумме $M, (EX) + M, A(T)$ все цифры зашифрованы буквами, различным буквам соответствуют различные цифры. Может ли эта сумма равняться целому числу? Если да, то приведите пример, если нет, то докажите.