

Гордость, по словам многих святых отцов, — это мать пороков. Из неё, как из злого корня, произрастают различные проявления человеческой греховности.

Патриарх Кирилл

16.1. $(2x + 1) \left(2 + \sqrt{(2x + 1)^2 + 3} \right) + 3x \left(2 + \sqrt{9x^2 + 3} \right) = 0.$

16.2. Для каждого значения a решите уравнение

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} + \sqrt{x+15} + \sqrt{x+a^4-1} = 9 + a^2.$$

16.3. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$\sqrt{2x-y-3} + \sqrt{2y-x+3} = 2\sqrt{3-x-y}.$$

16.4. Найдите все значения a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a-f(x)} = 0, \\ y^2 + (a - 5 \cdot 10^6)y + 25 \cdot 10^{10} = 0, \\ z^2 + 5 \cdot 10^3 \cdot z + a = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение, где

$$f(x) = |x - 1^2| + |x - 2^2| + \dots + |x - 203^2|.$$

16.5. $\frac{25}{\sqrt{x-1}} + \frac{4}{\sqrt{y-2}} = 14 - \sqrt{x-1} - \sqrt{y-2}.$

16.6. Докажите, что все решения неравенства

$$\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x^2-1} > 2$$

удовлетворяют неравенству

$$x + 2\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x^4 - 2x^2 + 1} > 1 + 2\sqrt[3]{x^2 - 1}.$$

16.7.

$$\frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+2017} + \sqrt{x+2018}} = 42.$$