

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.  
Другой смолчал и стал пред ним ходить.  
Сильнее бы не мог он возразить;  
Хвалили все ответ замысловатый.  
Но, господа, забавный случай сей  
Другой пример на память мне приводит:  
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,  
Однако ж прав упрямый Галилей.

---

Александр Пушкин

**6.1.** Числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  удовлетворяют равенству

$$x + y + z - 2(xy + yz + xz) + 4xyz = \frac{1}{2}.$$

Докажите, что хотя бы одно из них равно  $\frac{1}{2}$ .

**6.2.** Найдите количество корней уравнения

$$|x| + |x + 1| + \dots + |x + 2024| = x^2 + 2024x - 2025.$$

**6.3.** Несколько населённых пунктов соединены дорогами с городом, а между ними дорог нет. Автомобиль отправляется из города с грузами сразу для всех населённых пунктов. Стоимость каждой поездки равна произведению веса всех грузов в кузове на расстояние. Докажите, что если вес каждого груза численно равен расстоянию от города до пункта назначения, то общая стоимость перевозки не зависит от порядка, в котором объезжаются пункты.

**6.4.** Докажите, что многочлен вида  $x^{200}y^{200} + 1$  нельзя представить в виде произведения многочленов от одного только  $x$  и одного только  $y$ .

**6.5.** Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  — длины сторон треугольника,  $p$  — его полупериметр, а  $r$  и  $R$  — радиусы вписанной и описанной окружностей соответственно. Составьте уравнение с коэффициентами, зависящими от  $p$ ,  $r$ , и  $R$ , корнями которого являются числа  $a$ ,  $b$ , и  $c$ . Докажите равенство

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{1}{2rR}.$$

**6.6.** Приведите пример многочлена  $P(x)$  степени 2025, для которого

$$P(x) + P(1 - x) \equiv 1.$$

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.  
Другой смолчал и стал пред ним ходить.  
Сильнее бы не мог он возразить;  
Хвалили все ответ замысловатый.  
Но, господа, забавный случай сей  
Другой пример на память мне приводит:  
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,  
Однако ж прав упрямый Галилей.

---

Александр Пушкин

**6.1.** Числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  удовлетворяют равенству

$$x + y + z - 2(xy + yz + xz) + 4xyz = \frac{1}{2}.$$

Докажите, что хотя бы одно из них равно  $\frac{1}{2}$ .

**6.2.** Найдите количество корней уравнения

$$|x| + |x + 1| + \dots + |x + 2024| = x^2 + 2024x - 2025.$$

**6.3.** Несколько населённых пунктов соединены дорогами с городом, а между ними дорог нет. Автомобиль отправляется из города с грузами сразу для всех населённых пунктов. Стоимость каждой поездки равна произведению веса всех грузов в кузове на расстояние. Докажите, что если вес каждого груза численно равен расстоянию от города до пункта назначения, то общая стоимость перевозки не зависит от порядка, в котором объезжаются пункты.

**6.4.** Докажите, что многочлен вида  $x^{200}y^{200} + 1$  нельзя представить в виде произведения многочленов от одного только  $x$  и одного только  $y$ .

**6.5.** Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  — длины сторон треугольника,  $p$  — его полупериметр, а  $r$  и  $R$  — радиусы вписанной и описанной окружностей соответственно. Составьте уравнение с коэффициентами, зависящими от  $p$ ,  $r$ , и  $R$ , корнями которого являются числа  $a$ ,  $b$ , и  $c$ . Докажите равенство

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{1}{2rR}.$$

**6.6.** Приведите пример многочлена  $P(x)$  степени 2025, для которого

$$P(x) + P(1 - x) \equiv 1.$$