

... чуть-чуть наклоняем ось Земли, и Америка скрывается под водой.

Владимир Жириновский

**7.1.** На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $E$  и  $K$ , причём точка  $E$  лежит между точками  $A$  и  $K$  и  $AE : EK : KC = 3 : 5 : 4$ . Медиана  $AD$  пересекает отрезки  $BE$  и  $BK$  в точках  $L$  и  $M$  соответственно. Найдите отношение площадей треугольников  $BLM$  и  $ABC$ .

**7.2.** Треугольник  $ABC$  равнобедренный ( $AB = BC$ ). Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ , точка  $P$  — середина отрезка  $CM$ , точка  $N$  делит сторону  $BC$  в отношении  $3 : 1$  (считая от вершины  $B$ ). Докажите, что  $AP = MN$ .

**7.3.** Через точку  $P$  медианы  $CC_1$  треугольника  $ABC$  проведены прямые  $AA_1$  и  $BB_1$  (точки  $A_1$  и  $B_1$  лежат на сторонах  $BC$  и  $CA$ ). Докажите, что  $A_1B_1 \parallel AB$ .

**7.4.** На сторонах  $BC$  и  $CD$  ромба  $ABCD$  взяли точки  $P$  и  $Q$  соответственно так, что  $BP = CQ$ . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника  $APQ$  лежит на диагонали  $BD$  ромба.

**7.5.** На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .

**7.6.** На высотах  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $B_2$  и  $C_2$  так, что  $\angle AB_2C = \angle AC_2B = 90^\circ$ . Докажите, что  $AB_2 = AC_2$ .

**7.7.** Пусть  $AC$  — бóльшая из диагоналей параллелограмма  $ABCD$ . Из точки  $C$  на продолжения сторон  $AB$  и  $AD$  опущены перпендикуляры  $CE$  и  $CF$  соответственно. Докажите, что  $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$ .

**7.8.** Докажите, что площадь треугольника, стороны которого равны медианам треугольника площади  $S$ , равна  $3S/4$ .

**7.9.** В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что расстояние от любой точки  $M$  отрезка  $A_1B_1$  до прямой  $AB$  равно сумме расстояний от  $M$  до прямых  $AC$  и  $BC$ .

... чуть-чуть наклоняем ось Земли, и Америка скрывается под водой.

Владимир Жириновский

**7.1.** На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $E$  и  $K$ , причём точка  $E$  лежит между точками  $A$  и  $K$  и  $AE : EK : KC = 3 : 5 : 4$ . Медиана  $AD$  пересекает отрезки  $BE$  и  $BK$  в точках  $L$  и  $M$  соответственно. Найдите отношение площадей треугольников  $BLM$  и  $ABC$ .

**7.2.** Треугольник  $ABC$  равнобедренный ( $AB = BC$ ). Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ , точка  $P$  — середина отрезка  $CM$ , точка  $N$  делит сторону  $BC$  в отношении  $3 : 1$  (считая от вершины  $B$ ). Докажите, что  $AP = MN$ .

**7.3.** Через точку  $P$  медианы  $CC_1$  треугольника  $ABC$  проведены прямые  $AA_1$  и  $BB_1$  (точки  $A_1$  и  $B_1$  лежат на сторонах  $BC$  и  $CA$ ). Докажите, что  $A_1B_1 \parallel AB$ .

**7.4.** На сторонах  $BC$  и  $CD$  ромба  $ABCD$  взяли точки  $P$  и  $Q$  соответственно так, что  $BP = CQ$ . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника  $APQ$  лежит на диагонали  $BD$  ромба.

**7.5.** На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .

**7.6.** На высотах  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $B_2$  и  $C_2$  так, что  $\angle AB_2C = \angle AC_2B = 90^\circ$ . Докажите, что  $AB_2 = AC_2$ .

**7.7.** Пусть  $AC$  — бóльшая из диагоналей параллелограмма  $ABCD$ . Из точки  $C$  на продолжения сторон  $AB$  и  $AD$  опущены перпендикуляры  $CE$  и  $CF$  соответственно. Докажите, что  $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$ .

**7.8.** Докажите, что площадь треугольника, стороны которого равны медианам треугольника площади  $S$ , равна  $3S/4$ .

**7.9.** В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что расстояние от любой точки  $M$  отрезка  $A_1B_1$  до прямой  $AB$  равно сумме расстояний от  $M$  до прямых  $AC$  и  $BC$ .