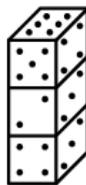


Листок 1. Письменная работа

1 Известно, что $a + b = 20$ и $b - c = 10$. Найдите $a + c$.

2 Трое преподавателей спорили, кто из них самый строгий. Андрей сказал: «Я самый строгий. Даниил не самый строгий». Николай сказал: «Андрей не самый строгий. Я самый строгий». Даниил сказал: «Я самый строгий». Оказалось, что все утверждения самого строгого преподавателя истинны, а все утверждения остальных преподавателей ложны. Так кто же из них самый строгий?

3 Три одинаковых игральные кубика уложены друг на друга так, как показано на рисунке 1. Соседние кубики приложены друг к другу одинаковыми гранями. Сколько точек на нижней грани самого нижнего кубика? Ответ обоснуйте.



Примечание: в этой задаче сумма чисел на противоположных гранях кубиков не обязательно равна 7, как на «правильных» игровых кубиках.

Рис. 1. К задаче 3

4 В июле некоторого года было 4 понедельника и 4 пятницы. Каким днём недели могло быть 15 июля указанного года? Перечислите все возможные варианты и докажите, что других нет.

5 Есть 20 роз, 9 тюльпанов и 8 астр. Сколько существует способов составить букет из 21 цветка? Ответ обоснуйте.

6 Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну. Может ли быть, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, если одновременных решений не было?

7 Может ли прямая пересекать все стороны: а) 10-угольника, б) 11-угольника, при этом не проходя через его вершины? Ответ

ты обоснуйте.

8 В офисе каждый компьютер был соединён проводами ровно с 5 другими компьютерами. После того, как часть компьютеров поразил вирус, все провода от заражённых компьютеров отключили (всего пришлось отключить 26 проводов). Теперь каждый из незаражённых компьютеров соединён проводами только с 3 другими. Сколько компьютеров поразил вирус?

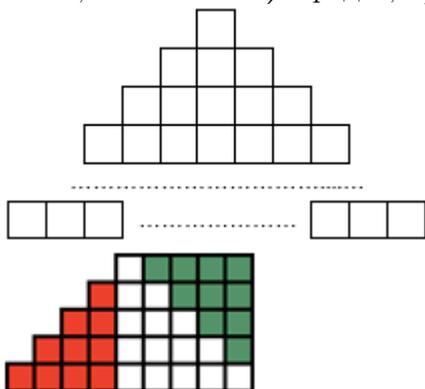
Листок 2. Задачи для знакомства

1 На новой картине Казимира Малевича «Круги и квадраты» изображено 19 синих фигур и 16 зелёных (других красок у Малевича не нашлось). При этом кругов нарисовано в 6 раз больше, чем квадратов. Сколько кругов нарисовал Малевич?

2 На доске написано число 23. Каждую минуту число стирают с доски и на его место записывают произведение его цифр, увеличенное на 12. Какое число окажется на доске через час?

3 Найдите наименьшее натуральное число: **а)** кратное 10, сумма цифр которого равна 10; **б)** кратное 100, сумма цифр которого равна 100; **в)** кратное 5, сумма цифр которого равна 25.

4 На клетчатой бумаге нарисована фигура (см. рис.): в верхнем ряду — одна клеточка, во втором сверху — три клеточки, в следующем ряду — 5 клеточек, и так далее. Сколько всего в этой фигуре клеточек, если в ней: **а)** 5 рядов; **б)** 9 рядов; **в)** 2016 рядов?



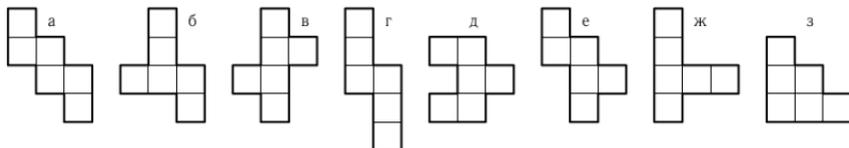
5 Как, не отрывая карандаша от бумаги, провести шесть отрезков таким образом, чтобы полученная ломаная прошла через 16 точек, расположенных в узлах квадратной сетки 4×4 ?

6 Имеется 68 монет, причём любые две отличаются по весу. За 100 взвешиваний найдите самую тяжёлую и самую лёгкую монету.

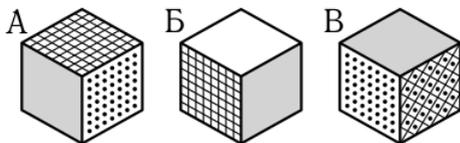
7 Бился Иван-Царевич со Змеем Горынычем, трёхглавым и трёххвостым. Одним ударом он мог срубить либо одну голову, либо один хвост, либо две головы, либо два хвоста. Но, если срубить один хвост, то вырастут два; если срубить два хвоста — вырастет голова; если срубить голову, то вырастает новая голова, а если срубить две головы, то не вырастет ничего. Как должен действовать Иван-Царевич, чтобы срубить Змею все головы и все хвосты как можно быстрее?

Листок 3. Кубы и кубики

1 Какие из этих фигур можно сложить и получить куб, а какие — нельзя?



2 На рисунках А, Б, В изображён один и тот же куб. Грань какого цвета расположена напротив красной?



жёлтый синий красный белый зелёный

3 Сложите куб $3 \times 3 \times 3$ из красных, жёлтых и синих кубиков $1 \times 1 \times 1$ так, чтобы в любом бруске $1 \times 1 \times 3$ были кубики всех цветов.

4 Два куба $3 \times 3 \times 3$ имеют: **а)** ровно один общий кубик; **б)** ровно два общих кубика. В каждом из этих случаев определите, из скольких кубиков состоит такая фигура и из скольких квадратов состоит поверхность такой фигуры.

5 а) Какое наименьшее число прямолинейных разрезов нужно сделать, чтобы разрезать куб $3 \times 3 \times 3$ на маленькие кубики $1 \times 1 \times 1$? После каждого разреза полученные части можно перекладывать как угодно. **б)** Тот же вопрос для куба $4 \times 4 \times 4$.

6 Муравей сидит в вершине бумажного куба. Как ему доползти до противоположной вершины куба кратчайшим путём?

7 Дан куб $2 \times 2 \times 2$. Можно ли наклеить на его поверхность без наложений 10 квадратов 1×1 так, чтобы никакие два квадрата не

граничили по отрезку (по стороне или её части)? Квадраты могут иметь общие вершины. Перегибать квадраты нельзя.

8 Какое наибольшее число брусков $1 \times 2 \times 2$ можно уместить в кубе $3 \times 3 \times 3$ без пересечений?

Листок 4. Переправы

1 **Космическая переправа.** Юпитерианский фермер с выводком неразлучных звёздочек, пучеглазой гусеницей и хищным четырёхглазом должен переправить всех своих питомцев на ярмарку. В корабль вместе с ним может поместиться либо выводок, либо гусеница, либо четырёхглаз. Оставшись без присмотра, гусеница съест звёздочек, а четырёхглаз — гусеницу. Как фермеру переправить всех без потерь?

2 К реке одновременно подошли два вора: к левому берегу — вор с одним баулом, к правому — с двумя. Обоим нужно на противоположный берег. Нельзя, чтобы кто-нибудь оказался на берегу один с большим числом баулов, чем у него было изначально (тогда он скроется с этими баулами). У левого берега есть двухместная лодка (вмещает двух человек или человека и баул). Как вора́м переправиться, сохранив свои баулы?

3 Три жулика, каждый с двумя чемоданами, находятся на одном берегу реки, через которую они хотят переправиться. Есть трёхместная лодка, каждое место в ней может быть занято либо человеком, либо чемоданом. Никто из жуликов не доверит свой чемодан спутникам в своё отсутствие, но готов оставить чемоданы на безлюдном берегу. Как им переправиться?

4 Три человека со стиральной машиной хотят переправиться через реку. Катер вмещает либо двух человек и стиральную машину, либо трёх человек. Беда в том, что стиральная машина тяжёлая, поэтому погрузить её в катер или вытащить из него можно только втроём. Как им переправиться?

5 Двое мальчиков катались на лодке. К берегу подошел отряд солдат. Лодка маленькая: на ней может переправиться или один солдат, или двое мальчиков. Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке, а затем вернули её мальчикам в целостности и сохранности. Как?

6 К берегу Нила подошла компания из шести человек: три бедуина со своими женами. У берега находится лодка с вёслами, которая вы-

держивает только двух человек. Бедуин не может допустить, чтобы его жена находилась без него в обществе другого мужчины. Может ли вся компания переправиться на другой берег?

7 а) К кабинке канатной дороги на гору подошли четверо с весами 50, 75, 75 и 100 кг. Смотрителя нет, а в автоматическом режиме кабинка ходит туда-сюда только с грузом от 110 до 260 кг (в частности, пустой не ходит), при условии, что пассажиров можно рассадить на две скамьи так, чтобы веса на скамьях отличались не более чем на 30 кг. Как им всем подняться на гору? **б)** Пусть теперь подошли четверо с весами 50, 60, 70 и 90 кг, а кабинка ходит только с грузом от 100 до 250 кг (в частности, пустой не ходит), при условии, что веса на скамьях отличаются не более, чем на 25 кг. Как им всем подняться на гору?

8 Кощей взял в плен 43 человека и увёз их на остров. Отправился Иван-Царевич выручать их. А Кощей ему и говорит:

— Пусть плывут отсюда на твоей лодке, но имей в виду: с острова на берег доплыть можно только вдвоём (три человека в лодку не влезают), а обратно и один справится. Перед переправой я скажу каждому про 40 других пленников, что это оборотни. Кому про кого скажу, сам выберешь. Пленник не сядет в лодку с тем, кого считает оборотнем, а на берегу находиться сможет. На суше они будут молчать, а в лодке — рассказывать друг другу про всех известных им оборотней. Пока хоть один пленник остаётся на острове, тебе с ними плыть нельзя. Когда все 43 окажутся на том берегу, одному можно будет за тобой вернуться. А коли не сумеешь устроить им переправу — останешься у меня навсегда.

Сможет ли Ивана спасти и себя, и пленников?

9 10 лямзиков весом 1, 2, ..., 10 кг хотят переправиться через реку на лодке, которая выдерживает не больше 10 кг. Смогут ли они это сделать, если каждый лямзик может грести не более двух раз? (*В лодке не обязательно гребут все!*)

Листок 5. Последняя цифра

- 1** Найдите последнюю цифру числа **а)** $1234567 + 9876543$;
б) 13579×8642 , **в)** 13^5 , **г)** 7^{19} .
- 2** Найдите последнюю цифру числа **а)** 2^{100} ; **б)** 2017^{2017} ;
в) $123456789^{987654321}$.
- 3** В книге рекордов Гиннеса написано, что наибольшее известное простое число равно $25321^{127} - 1$. Не опечатка ли это? (*Простое число* — это натуральное число, имеющее ровно два натуральных делителя.)
- 4** Делится ли число $47^{30} + 39^{50}$ на 10?
- 5** В магазин привезли 206 литров молока в бидонах по 10 и 17 литров. Сколько было бидонов каждого вида?
- 6** Найдите последнюю цифру в произведении: **а)** всех простых чисел, не превосходящих 1234; **б)** всех нечётных простых чисел, не превосходящих 1234; **в)** всех нечётных чисел от 1 до 2017.
- 7** Сколькими нулями оканчивается число $2017! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2015 \times 2016 \times 2017$?
- 8** Докажите, что среди квадратов любых пяти натуральных чисел всегда можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 10.
- 9** Найдите последнюю цифру числа **а)** $(7^7)^7$; **б)** 7^{7^7} .

Листок 6. Календарь

В начале занятия у доски следует обсудить: а) как определять количество дней в месяце (по кулачкам: выпадает на костяшку — 31 день, между ними — 30, февраль — 28 или 29 в високосном году); б) сколько вообще дней в году, какие именно годы — високосные (те, которые делятся на 4, но не делятся на 100, или те, которые делятся на 400).

- 1** Какое максимальное количество понедельников может быть **а)** в одном месяце; **б)** в одном году?
- 2** В 2014 году было 53 среды. Каким днем могло быть 20 февраля?
- 3** В марте некоторого года было 4 воскресенья и 4 четверга. Каким днем недели могло быть 20 марта?
- 4** Бабушка Варя рассказывала, что в 2016 ей исполнилось 17 лет. **а)** Когда она родилась? **б)** Сколько на самом деле сейчас лет бабушке Варе?
- 5** Тёма сказал Коле: «Позавчера мне ещё было 10 лет, а в следующем году мне исполнится 13!» Могли такой разговор состояться в какой-либо день какого-либо года?
- 6** Как-то раз Вовочка сказал: «В прошлом месяце воскресений было больше, чем любых других дней недели». В каком месяце это могло произойти?
- 7** «Кубиковый календарь» состоит из двух кубиков, на каждой из граней которых написано по одной цифре. При этом поставив рядом два кубика, можно получить любое число месяца. Какие цифры написаны на гранях?
- 8** Какой день недели будет **а)** через 100 дней; **б)** через 100 лет? **в)** 13 октября 2027?
- 9** Оля записала дату своего рождения (в формате дд.мм.гггг), сложила все цифры этой записи и получила 48. Когда Оля родилась?
- 10** Когда в следующий раз пригодится календарь на **а)** 2017; **б)** 2016 год?

Листок 7. Признаки делимости на 3 и 9

Признаки делимости на 3 и 9: *целое число делится на 3 (на 9) тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (на 9).*

1 Известно, что число 65349_0712 делится а) на 9; б) на 3. Какая цифра может стоять на месте пропуска? Укажите все возможные варианты!

2 Запишем подряд цифры от 1 до 9, получим число 123456789. Простое оно или составное (то есть делится ли оно нацело на что-нибудь, кроме единицы и самого себя)? Изменится ли ответ в задаче, если каким-то образом поменять порядок цифр в этом числе?

3 Делится ли число 32561698 на 12? Решите эту задачу: а) с помощью признака делимости на 4; б) с помощью признака делимости на 3.

4 а) Даша и Таня по очереди выписывают на доску цифры шестизначного числа. Сначала Даша выписывает первую цифру, затем Таня — вторую, и т. д. Таня хочет, чтобы полученное в результате число делилось на 3, а Даша хочет ей помешать. Кто из них может добиться желаемого результата независимо от ходов соперника? б) Тот же вопрос, но с делимостью на 9.

5 В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр — названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

6 У числа 100500! вычислили сумму цифр. Затем у полученной суммы снова вычислили сумму цифр, потом ещё раз, и так до тех пор, пока не получилось однозначное число. Какое это число?

7 Чтобы открыть сейф, нужно ввести код — семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а сам код делится и на 3, и на 4. Какой код может открывать сейф?

8 В каждом пункте укажите все возможные варианты ответа.

а) Число $2 \star 45$ делится на 9. Какую цифру заменили звёздочкой?

б) Число $29 \star 45 \star$ делится на 18. Какие цифры заменили звёздочками?

в) Число $72 \star 4 \star$ делится на 45. Какие цифры заменили звёздочками?

г) Число $1 \star 456 \star$ делится на 36. Какие цифры заменили звёздочками?

9 а) Может ли произведение числа и суммы его цифр равняться 4704? б) Может ли натуральное число, записываемое с помощью 10 нулей, 10 единиц и 10 двоек, быть квадратом некоторого другого натурального числа?

10 а) Верно ли, что если натуральное число делится на 27, то и его сумма цифр делится на 27? б) Докажите, что любое целое число, которое втрое больше суммы своих цифр, делится на 27.

11 Натуральное число обладает следующим свойством: для любого числа A , которое делится на n , на n также делятся и все числа, полученные из A перестановкой цифр. Докажите, что n может быть равно только 1, 3 или 9.

Листок 8. Разрежьте квадрат

- 1** Разрежьте квадрат на: **а)** 4; **б)** 8; **в)** 11 равных по форме и по площади частей.
- 2** Разрежьте квадрат на: **а)** 6; **б)** 7; **в)** 8 квадратов.
- 3** Разрежьте квадрат на 20 одинаковых треугольников.
- 4** Разрежьте квадрат на 5 прямоугольников так, чтобы никакие два прямоугольника не имели целой общей стороны.
- 5** Разрежьте квадрат со стороной 4 см на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25 см.
- 6** Разрежьте квадрат 11×11 по сторонам клеток на 11 квадратов.
- 7** Докажите, что квадрат можно разрезать на любое число квадратов (не обязательно равных), большее пяти.
- 8** Разрежьте квадрат: **а)** на два равных пятиугольника; **б)** на несколько выпуклых пятиугольников.
- 9** Изобразите на клетчатой бумаге квадрат с вершинами в узлах сетки площадью: **а)** 5; **б)** 8; **в)** 10; **г)** 13 клеток.

Листок 9. Двигайся и работай!

1 Из дома Юра вышел на 5 минут позже Лены, но шёл со скоростью в два раза большей, чем она. Через какое время Юра догонит Лену?

2 Собаки Жучка и Полкан увидели друг друга во дворе и одновременно побежали навстречу друг другу. Через 5 с, когда между ними оставалось 6 м, Жучка испугалась и встала как вкопанная, а Полкан ещё через 2 с подбежал к ней и поприветствовал. На каком расстоянии находились собаки, когда увидели друг друга, если Полкан бежит втрое быстрее Жучки?

3 Белка за 20 минут приносит в гнездо орех. Далеко ли от орешника её гнездо, если налегке белка бежит со скоростью 5 м/с, а с орехом — со скоростью 3 м/с?

4 Бенедикт и Франциск красят забор. Каждый из них по отдельности может покрасить забор за 8 часов. Забор начал красить Бенедикт, а спустя 2 часа к нему присоединился Франциск. За сколько часов был покрашен весь забор?

5 На птицеферме «Курочка Ряба» 8 т корма курам хватает на 20 дней. На птицеферме «Серая Шейка» такого же запаса уткам хватает на 60 дней. На сколько дней хватит 8 т этого корма всем птицам вместе, если птицефермы объединятся?

6 Мальчик стоит на автобусной остановке и мёрзнет, а автобуса нет. Мальчик умеет бегать вчетверо медленнее автобуса и может увидеть автобус на расстоянии 2 км. До следующей остановки ровно 1 км. Есть ли смысл идти до следующей остановки, или есть риск упустить автобус?

7 Ванна заполняется холодной водой за 6 минут 40 секунд, горячей — за 8 минут. Кроме того, если из полной ванны вынуть пробку, вода вытечет за 13 минут 20 секунд. Сколько времени понадобится, чтобы наполнить ванну полностью, при условии, что открыты оба крана, но ванна не заткнута пробкой?

8 Артели косцов надо было скосить два луга, один из которых вдвое больше другого. Полдня вся артель косила большой луг. По-

сле полудня артель разделилась пополам: первая половина осталась на лугу и докосила его к вечеру, а вторая половина косила малый луг, на котором к вечеру остался участок, скошенный за целый следующий день одним косцом. Сколько косцов в артели?

9 Два пловца одновременно прыгнули с плывущего по реке плота и поплыли в разные стороны: первый — по течению, второй — против течения. Через пять минут они развернулись и вскоре вновь оказались на плоту. Кто из них вернулся раньше? Скорости пловцов в стоячей воде не обязательно равны.

10 Однажды улитка заползла на вершину бамбука, который растёт так, что каждая его точка поднимается вверх с одной и той же скоростью. Путь вверх занял у улитки 7 часов. Отдохнув на вершине бамбука ровно час, она спустилась на землю за 8 часов. Во сколько раз скорость улитки больше скорости роста бамбука (обе скорости постоянны)?

Листок 10. Рыцари, лжецы и телепаты

1 Может ли абориген произнести фразу: **а)** «Я лжец»; **б)** «Я лгу»?

2 Шесть аборигенов встали в круг. Трое заявили, что в круге чётное число рыцарей, а остальные трое заявили, что в круге нечётное число лжецов. Какое наибольшее число рыцарей может стоять в круге?

3 10 аборигенов встали в ряд. Каждый сказал: «Я телепат». Сколько телепатов могло быть среди них? Укажите все возможные варианты.

4 В круг встали несколько аборигенов (больше одного). Сначала все сказали: «Среди моих соседей есть лжец». Следом все сказали: «Среди моих соседей есть рыцарь». И, наконец, все сказали: «Среди моих соседей есть телепат». Сколько аборигенов могло быть в круге? Укажите все варианты.

5 Кандидатами в президенты острова были выдвинуты 4 аборигена: два рыцаря, один из которых обладает телепатическими способностями, а другой — нет, и два лжеца, один из которых обладает телепатическими способностями, а другой — нет. После выборов они выстроились в ряд, и каждый сказал: «Я или мой сосед — президент». Затем первый сказал: «Мой сосед — лжец», второй сказал: «Оба моих соседа — рыцари», третий сказал: «Оба моих соседа — лжецы», а четвёртый сказал: «Мой сосед — лжец». Определите, кто стал президентом и где он стоит.

6 В каждой клетке доски 4×4 стоит абориген. Какое наибольшее число из них может произнести фразу «Я лжец»? **а)** Соседями считаются соседи по стороне и по диагонали, то есть если клетки имеют хотя бы одну общую точку. **б)** Соседями считаются соседи только по стороне.

Л	Л	р	Л
р	Л	Л	Л
Л	Л	Л	р
Л	р	Л	Л

7 По кругу в некотором порядке стоят пять рыцарей и пять лжецов. Каждый сказал: «Среди моих соседей есть рыцарь». При каком наименьшем числе телепатов среди них это возможно?

Листок 11. Переливания

- 1** Имеются два ведра: одно ёмкостью 4 литра, другое — 9 литров. Можно ли набрать из реки ровно 6 литров воды?
- 2** Можно ли отмерить 8 литров воды, находясь у реки и имея два ведра: одно вместимостью 15 литров, другое — вместимостью 16 литров?
- 3** Есть три бидона ёмкостью 14 литров, 9 литров и 5 литров. В самом большом бидоне 14 литров молока, остальные бидоны пусты. Как с помощью этих сосудов разлить молоко пополам?
- 4** В баке не менее 10 литров бензина (но неизвестно, сколько именно). Можно ли отлить из бака 6 литров бензина с помощью девятилитрового ведра и пятилитрового бидона?
- 5** Таня стоит на берегу реки. У неё есть два глиняных кувшина: один на 5 литров, а про второй Таня помнит лишь то, что он вмещает то ли 3, то ли 4 литра. Помогите Тане определить ёмкость второго кувшина. (Заглядывая в кувшин, нельзя понять, сколько в нём воды).
- 6** Имея два полных 10-литровых бидона молока и пустые 4 и 5-литровые кастрюли, отлейте по 2 литра молока в каждую кастрюлю.
- 7** Есть три одинаковых больших сосуда. В одном — 3 литра сиропа, в другом — 20 литров воды, третий — пустой. Можно выливать из одного сосуда всю жидкость в другой или в раковину. Можно выбрать два сосуда и доливать в один из них из третьего, пока уровни жидкости в выбранных сосудах не сравняются. Как получить 10 литров разбавленного 30%-го сиропа?
- 8** На столе стоят восемь стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнять в них количества воды, перелив часть воды из одного стакана в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех стаканах было поровну воды.

Листок 12. Проценты

- 1** На что нужно умножить данное число, чтобы оно: **а)** возросло на 27%; **б)** уменьшилось на 78%?
- 2** Число **а)** умножили на 0,75; **б)** умножили на 2,34; **в)** разделили на 2,5. На сколько процентов и в какую сторону изменилось число?
- 3** 80 тетрадей разложили в две стопки так, что количество тетрадей в первой стопке составляет 60% от количества тетрадей во второй стопке. Сколько тетрадей в каждой стопке?
- 4** В двух бочках было поровну воды. Количество воды в первой бочке сначала уменьшили на 20%, а затем увеличили на 20%. А количество воды во второй бочке, наоборот, сначала увеличили на 20%, а затем уменьшили на 20%. В какой бочке теперь больше воды?
- 5** Длина первого прямоугольника больше длины второго на 25%. На сколько процентов должна быть меньше его ширина, чтобы площади прямоугольников были одинаковыми?
- 6** Арбуз массой 20 кг на 99% состоял из воды. После того, как он усох, воды в нем осталось 98%. Сколько теперь весит арбуз?
- 7** Из четырех классов «5» за итоговую контрольную по математике получили 28% школьников, «4», «3» и «2» — 35%, 25% и 12%. Сколько школьников писали работу, если в каждом классе не больше 30 человек?
- 8** Ребята собирались в поход. Девочек должно было быть 25% от общего количества ребят, но одна заболела, а на ее место взяли мальчика. В результате девочек пошло 20% от общего количества. Сколько пошло в поход мальчиков? А девочек?
- 9** Управляющий собирал деньги на установку номеров квартир. Причем, жителю квартиры 105 объяснил, что с их подъезда собирают на 40% больше денег, так как двузначный номер стоит вдвое больше, чем однозначный, а трехзначный — втрое. Сколько квартир в подъездах, если их одинаковое количество в обоих подъездах?

Листок 13. Можно или нельзя?

1 Существуют ли два последовательных целых числа: **а)** у каждого из которых сумма цифр делится на 4; **б)** у которых одинаковая сумма цифр?

2 Сумма нескольких чисел равна 1. Может ли сумма их квадратов быть меньше 0.1?

3 Можно ли расположить 12 одинаковых монет вдоль стенок большой квадратной коробки так, чтобы вдоль каждой стенки лежало ровно **а)** по 2 монеты; **б)** по 3 монеты; **в)** по 4 монеты; **г)** по 5 монет; **д)** по 6 монет; **е)** по 7 монет? (Разрешается класть монеты одну на другую.)

4 Можно ли в примере на сложение заменить одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные — разными так, чтобы получилось **ОДИН+ОДИН+ПЯТЬ=СЕМЬ**?

5 Можно ли разместить цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в таблице 3×3 так, чтобы суммы чисел по строкам, столбцам и двум диагоналям были одинаковы?

6 Про 25 чисел известно, что сумма любых четырёх из них положительна. Может ли сумма всех 25 чисел быть отрицательна?

7 Андрей, Боря и Вася вместе съели 10 конфет.

Андрей сказал: «Я съел три конфеты, а Боря — четыре».

Боря ответил: «Я съел всего лишь две конфеты, а Вася — три».

Вася заявил: «Я съел 4 конфеты, а вот Андрей съел целых пять».

Могло ли быть так, что каждый из них был прав хотя бы в одном из двух своих утверждений?

8 Можно ли раскрасить клетки доски 5×5 в два цвета — чёрный и белый — так, чтобы у каждой белой клетки были ровно три соседние по стороне чёрные клетки, а у каждой чёрной клетки — ровно две соседние по стороне белые?

9 На территории страны, имеющей форму квадрата со стороной 1000 км, находится 51 город. Страна располагает средствами для прокладки 11000 км. Сможет ли правительство страны соединить сетью дорог все свои города?

Листок 14. Задачи про часы

1 а) Имеется бикфордов шнур, который сгорает ровно за 20 минут (но он неоднородный и горит с непостоянной скоростью). Как отмерить с его помощью 10 минут? **б)** Имеется два неоднородных бикфордовых шнура, каждый из которых сгорает за 20 минут. Как с помощью этих шнуров отмерить 15 минут?

2 За 2 секунды мама-кенгуру делает три прыжка, а кенгуренок — пять прыжков. Длина прыжка мамы-кенгуру 6 метров, а длина прыжка кенгуренка в 3 раза меньше. Мама с кенгуренком играют в догонялки: кенгуренок отпрыгивает на 12 прыжков, после чего мама начинает его догонять, а он прыгает дальше. За какое время мама его догонит?

3 Имеются двое песочных часов: на 3 минуты и на 10 минут. Можно ли при помощи этих часов сварить яйцо, если его нужно варить без остановки: **а)** ровно 4 минуты; **б)** ровно 5 минут; **в)** ровно 28 минут?

4 а) Петины электронные часы показывают часы и минуты. Петя может в любой момент посчитать сумму цифр на этих часах (например, в 16 : 15 он получит $1 + 6 + 1 + 5 = 13$). В какой момент эта сумма будет наибольшей? **б)** Электронные часы показывают время в формате ЧЧ:ММ:СС (например, 14 : 23 : 57). Каких секунд в сутках больше: тех, когда часы показывают, что минут больше, чем секунд (например, 04 : 45 : 14), или тех, когда минут меньше, чем секунд (например, 23 : 37 : 59)? **в)** На городских электронных часах высвечивается время (часы и минуты) от 00 : 00 до 23 : 59. Сколько времени в сутки на этих часах хотя бы в одном месте высвечивается цифра 2?

5 Какой угол образуют часовая и минутная стрелка в 3 часа 5 минут?

6 Придворный астролог царя Гороха называет время суток хорошим, если на часах с центральной секундной стрелкой при мгновенном обходе циферблата по ходу часов минутная стрелка встречается после часовой и перед секундной. Какого времени в сутках больше:

хорошего или плохого?

7 На рисунке приведены три примера исправных электронных часов. Сколько палочек могут перестать работать, чтобы время всегда можно было определить однозначно?

09:28

06:57

15:43

Листок 15. Шахматные задачи

- 1] Какое наибольшее количество а) ладей; б) слонов; в) королей; г) коней; д) ферзей; можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?
- 2] Можно ли ходом коня обойти все клетки шахматной доски, начав с клетки $a1$, закончив в клетке $h8$ и на каждой клетке доски побывав ровно один раз?
- 3] Какое наименьшее число ладей нужно поставить на шахматную доску 8×8 , чтобы все белые клетки были под боем этих ладей? (Под боем ладьи считаются все клетки строки и столбца, в которых находится ладья.)
- 4] В некоторых клетках шахматной доски стоят фигуры. Известно, что на каждой горизонтали стоит хотя бы одна фигура, причём в разных горизонталях — разное число фигур. Докажите, что всегда можно отметить 8 фигур так, чтобы в каждой вертикали и каждой горизонтали стояла ровно одна отмеченная фигура.
- 5] Какое наибольшее число фишек можно поставить на клетки шахматной доски так, чтобы на каждой горизонтали, вертикали и диагонали (не только на главных) находилось чётное число фишек?
- 6] Расставьте на шахматной доске 32 коня так, чтобы каждый из них бил ровно двух других.
- 7] Шахматный король обошёл всю доску 8×8 , побывав на каждой клетке по одному разу, вернувшись последним ходом в исходную клетку. Докажите, что он сделал чётное число диагональных ходов.
- 8] На шахматной доске расставили n белых и n черных ладей так, чтобы ладьи разного цвета не били друг друга. Найдите наибольшее возможное значение n .