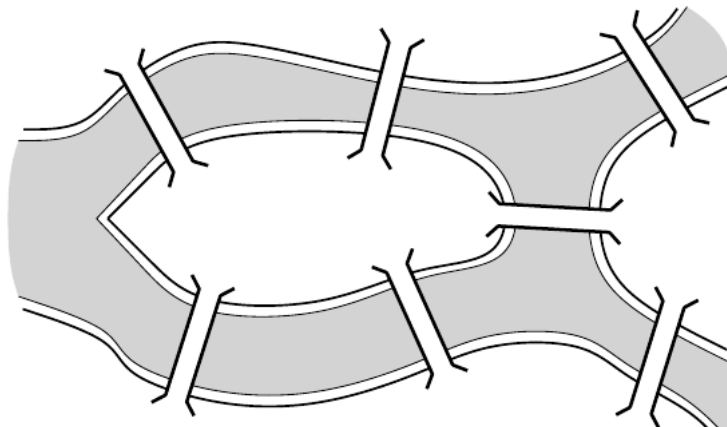
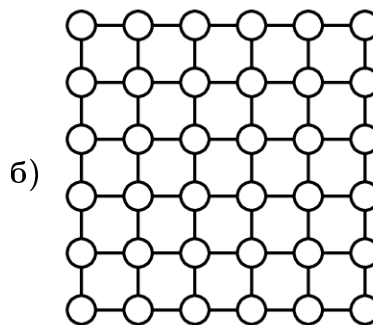
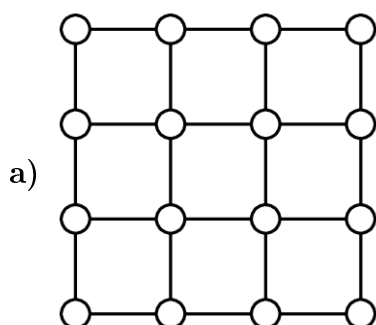


Графы

1. *Задача Эйлера о кёнигсбергских мостах.* Город Кёнигсберг (ныне Калининград) был расположен на берегах реки Прегель (Преголя) и двух островах, которые соединены семью мостами (на рисунке). Можно ли было прогуляться по городу, пройдя по каждому мосту ровно один раз?



2. На рисунке изображён схематический план города: кружочки обозначают площади, а прямые линии — улицы. Отрезки улиц между соседними площадями имеют равную длину. Турист выходит из гостиницы, расположенной на одной из площадей, и хочет обойти город, пройдя хотя бы один раз по каждой из улиц, и вернуться в гостиницу. Как туристу совершить такой обход, чтобы его маршрут имел наименьшую длину?



3. Несколько Совершенно Секретных Объектов соединены подземными железными дорогами таким образом, что каждый Объект напрямую соединён не более чем с тремя другими, и от каждого Объекта можно добраться под землёй до любого другого, сделав не более одной пересадки. Тупиков и развилки на дорогах нет. Каково максимально возможное число Совершенно Секретных Объектов?

4. В стране 17 городов, каждый из которых соединен дорогами не меньше, чем с 8 другими городами этой страны. Докажите, что внутри страны можно доехать из любого города в любой другой.

5. У каждого из королевских советников ровно один другой советник — друг, и ровно один — враг. Король хочет сформировать из своих советников Сенат, составленный из двух палат одинаковой численности (каждый советник должен попасть ровно в одну из палат). При этом король знает, что, попав в одну палату, два советника-друзья непременно организуют заговор против короля, а два советника-врага поссорятся окончательно и начнут гражданскую войну в стране. Сможет ли король сформировать Сенат без угрозы своей собственной и государственной безопасности?

6. В стране 20 городов, каждый из которых связан авиалиниями не менее, чем с 10 другими городами. Докажите, что можно облететь все города, побывав в каждом ровно один раз.