

*Дополнительные задачи*

7. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.

8. Несколько Совершенно Секретных Объектов соединены подземными железными дорогами таким образом, что каждый Объект напрямую соединён не более чем с тремя другими, и от каждого Объекта можно добраться под землёй до любого другого, сделав не более одной пересадки. Тупиков и развилочек на дорогах нет. Каково максимально возможное число Совершенно Секретных Объектов?

9. У каждого из королевских советников ровно один другой советник — друг, и ровно один — враг. Король хочет сформировать из своих советников Сенат, составленный из двух палат одинаковой численности (каждый советник должен попасть ровно в одну из палат). При этом король знает, что, попав в одну палату, два советника-друга непременно организуют заговор против короля, а два советника-врага поссорятся окончательно и начнут гражданскую войну в стране. Сможет ли король сформировать Сенат без угрозы своей собственной и государственной безопасности?