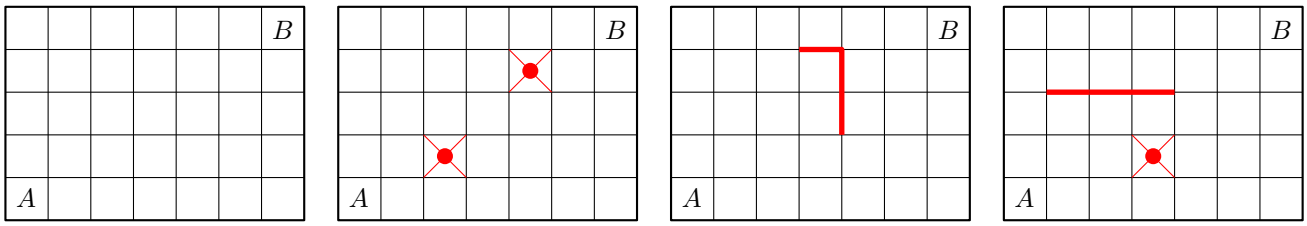
Малый мехмат МГУ **8 класс. Группа «А»** **10 апреля 2021 г.**

Комбинаторика и графы

1. Игрок управляет роботом на клетчатой доске и должен переместить его из клетки A в клетку B, см. рисунок. За ход робота можно переместить вверх или вправо на одну клетку. При этом нельзя наступать на мины и проходить сквозь двери (выделены красным). Сколькими способами можно выполнить задание? Нужно получить ответ в явном виде и обосновать его.



а) **б)** **в)** **г)**

2. Сколькими способами восемь мальчиков и восемь девочек можно разбить:

а) на пары;

б) на пары мальчик-девочка;

в) на пары мальчик-мальчик и девочка-девочка;

г) на четыре команды по две девочки и два мальчика в каждой;

д) на четыре команды по четыре игрока одного пола в каждой?

3. Учитель изо задал нарисовать волшебную страну из девяти городов, соединённых дорогами. При этом количества дорог, выходящих из городов, должны быть такими: $2, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 8, 8$. (Между двумя городами не более одной дороги.) К следующему уроку, вопреки обыкновению, ни один школьник не выполнил задание. Как растерявшемуся учителю изо объяснил это учитель математики?

4. Поняв свою ошибку, учитель рисования дал новое задание: нарисовать сеть городов, соединённых десятью дорогами, чтобы у любых двух соединённых городов было ещё ровно два города, соединённых с каждым из них. Пора ли опять учителю математики проводить консультацию?

5. Числа от 1 до 10 выписаны в некотором порядке. Докажите, что из них можно вычеркнуть 6 чисел так, чтобы оставшиеся были расположены либо по возрастанию, либо по убыванию.