2.1. Найдите остаток от деления числа: **а)** 2023 на 90; **б)** 90 на 2023; **в)** 11 на 3; **г)** -11 на 3; **д)** -13 на 100; **е)** -100 на 13; **ж)** $\underbrace{11\ldots11}_{30\ \text{единиц}}$ на 7.

2.2. **а)** Число делится на 28 с остатком 12. С каким остатком оно делится на 7? **б)** Число делится на 6 с остатком 4. Какой остаток оно даёт при делении на 18? **в)** Какое число делится на 13 и 15 с одинаковыми неполными частными, но с разными остатками — 8 и 0 соответственно?

2.3. Бесконечная последовательность чисел строится по следующему правилу: она начинается с двух единиц, а каждое следующее число последовательности равно произведению двух предыдущих, увеличенному на 1. Сколько элементов этой последовательности делятся на 4?

2.4. Докажите, что если все длины сторон прямоугольного треугольника выражаются целыми числами (такие треугольники называются *пифагоровыми*), то хотя бы одна из них делится на 3.

2.5. Найдите остаток от деления:
а) 2023^{99} на 7; **б)** 7^{1000} на 12; **в)** 7^{2023} на 12; **г)** 2^{2023} на 13.

2.6. Сколько из чисел 11, 101, 1001, ..., $\underbrace{10\ldots01}_{1000\ \text{нулей}}$ делятся на 13?

2.7. Докажите, что число $2222^{5555} + 5555^{2222}$ делится на 7.

2.8. На какое количество нулей при различных натуральных n может оканчиваться число $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$? Найдите все возможности.

2.9. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий. Могут ли через некоторое время все хамелеоны на острове оказаться одного цвета?

2.10. Пусть P_n — произведение первых n простых чисел. Докажите, что при любом натуральном n числа **а)** $P_n - 1$ и **б)** $P_n + 1$ не являются квадратами натуральных чисел.

2.11. Два одинаковых диска насажены на одну ось. На окружности каждого из них по кругу на одинаковых расстояниях в произвольном порядке расставлены числа 1, 2, 3, ..., 20. Всегда ли можно повернуть один диск относительно другого так, чтобы никакие два одинаковых числа не стояли друг напротив друга?