Теорема. *Пусть* x_1, x_2 *— корни уравнения* $ax^2+bx+c=0$*, где* $a \neq 0$*.*
Тогда справедливы следующие равенства: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$, $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$.

6.1. Решите уравнение: **а)** $x^2+2023x-2024=0$; **б)** $2024x^2+2023x-1=0$.

6.2. Для многочлена $f(x)=x^2+px+q$ найдите все значения p и q, при которых выполнены равенства $f(p)=f(q)=0$.

6.3. Пусть x_1, x_2 — корни уравнения $ax^2+bx+c=0$, где $a\neq 0$.
Составьте уравнение, корнями которого будут числа: **а)** $2x_1$ и $2x_2$; **б)** x_1^2 и x_2^2; **в)** x_1^3 и x_2^3; **г)** $x_1+\dfrac{1}{x_2}$ и $x_2+\dfrac{1}{x_1}$; **д)** $\dfrac{x_2}{x_1}$ и $\dfrac{x_1}{x_2}$; **е)** $\dfrac{1}{ax_1+b}$ и $\dfrac{1}{ax_2+b}$.

6.4. Известно, что корни уравнения $x^2+px+q=0$ — целые числа, а p и q — простые числа. Найдите p и q.

6.5. Найдите все значения параметра m, при которых:
а) сумма квадратов корней уравнения $x^2-(m+1)x+m-1=0$ будет наименьшей; **б)** уравнение $(m-1)x^2-2(m+1)x+2(m+1)=0$ имеет единственный неотрицательный корень.

6.6. На доске было написано уравнение вида $x^2+px+q=0$ с ненулевыми целыми коэффициентами p и q. К доске по очереди подходили школьники, стирали уравнение, после чего составляли и записывали уравнение такого же вида, корнями которого являлись коэффициенты p и q стёртого уравнения. В какой-то момент составленное уравнение совпало с тем, которое было написано на доске изначально. Какое уравнение изначально было написано на доске?

6.7 (***теорема Виета для кубического уравнения***)**.**
Пусть x_1, x_2, x_3 — корни уравнения $ax^3+bx^2+cx+d=0$, где $a\neq 0$.
Докажите, что $x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}$, $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\dfrac{c}{a}$, $x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a}$.
Подсказка: если x_1, x_2, x_3 — корни уравнения $ax^3+bx^2+cx+d=0$, то $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$.

6.8. Решите уравнение:
а) $x^3-2x^2-x+2=0$; **б)** $x^3-8x^2+17x-10=0$;
в) $2x^3-16x^2+18x+36=0$.

6.9. Известно, что x_1, x_2, x_3 — корни уравнения $3x^3-2x^2+x+1=0$. Составьте уравнение с целыми коэффициентами, корнями которого будут числа $y_1=x_2x_3$, $y_2=x_1x_3$, $y_3=x_1x_2$.

6.10. Составьте уравнение, корнями которого являются квадраты корней уравнения $x^3+x^2-2x-1=0$.