

8.1. Являются ли членами последовательности $\{a_n\}$ числа A и B ? Если да, найдите их номера в последовательности, если нет — докажите.

а) $a_n = \frac{2n+3}{n+1}$, $A = \frac{11}{5}$, $B = \frac{17}{6}$; **б)** $a_n = (n-2)^3 - 1$, $A = 342$, $B = 1325$;

в) $a_n = n^2 + 15n + 16$, $A = -40$, $B = 16$;

г) $a_n = (2n-1)(3n+2)$, $A = 0$, $B = 24$.

8.2. Пусть $\{a_n\}$ — возрастающая последовательность всех натуральных чисел, кратных 5. Задайте её: **а)** аналитически; **б)** рекуррентно.

8.3. Предложите формулу общего члена последовательности:

а) 1, 4, 9, 16, 25, ...; **б)** 1, -2, 4, -8, 16, ...; **в)** 3, 7, 15, 31, 63, ...;

г) 0, 4, 0, 4, 0, ...; **д)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2\sqrt{2}}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{4\sqrt{2}}$, ...; **е)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{4}{\sqrt{6}}$, $\frac{9}{\sqrt{12}}$, $\frac{16}{\sqrt{20}}$, $\frac{25}{\sqrt{30}}$, ...

8.4. Задайте аналитически последовательности, заданные рекуррентно:

а) $x_1 = 3$, $x_{n+1} = x_n - 4$; **б)** $y_1 = -5$, $y_{n+1} = \frac{1}{2}y_n$;

в) $z_1 = 2$, $z_{n+1} = 3z_n^2$; **г)** $w_1 = 1$, $w_2 = 3$, $w_{n+2} = \frac{w_{n+1}^2}{w_n}$.

8.5. Пусть $a_n = 0, \underbrace{11 \dots 11}_n$. Задайте эту последовательность: **а)** аналитически; **б)** рекуррентно. **в)** Пусть $\{b_n\}$ — последовательность десятичных знаков числа $\sqrt{2}$. Задайте эту последовательность аналитически, используя знак целой части числа $[\cdot]$.

8.6. Задайте рекуррентно последовательности:

а) $a_n = 20^n$; **б)** $a_n = 7n - 17$; **в)** $a_n = \frac{n-1}{n+1}$; **г)** $a_n = 2^n + \frac{1}{2^n}$.

8.7. Найдите наименьший член последовательности $\{a_n\}$. Каков его номер? **а)** $a_n = n(n-1)(n-3)(n-6)$; **б)** $a_n = n + \frac{8}{n}$; **в)** $a_n = n^2 + 15n - 49$.

8.8. **а)** Приведите пример последовательности, содержащей все целые числа. **б)** Запишите формулу n -го члена этой последовательности. **в)** Для каждого целого числа a определите, под каким номером в этой последовательности встречается число a . **г)** Приведите пример последовательности, содержащей все рациональные числа.

8.9. Дана конечная последовательность из нескольких натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего (в какую-то сторону) либо на 10, либо в 7 раз. Сумма всех членов последовательности равна 163. Какое **а)** наименьшее; **б)** наибольшее число членов может быть в этой последовательности?