

Занятия Малого мехмата МГУ в субботу 24.02.2024 не будет – вместо него пройдёт математическая игра в онлайн-формате. Следите за объявлениями на сайте Малого мехмата mmmf.msu.ru и в Discord.

Вводная задача. Коля задумал трёхзначное число $\overline{xyz}$. Когда он записал число в обратном порядке $\overline{zyx}$, оказалось, что оно делится на 5, а разность между задуманным числом и числом, записанным в обратном порядке, равна 99. Какие числа мог задумать Коля?

12.1. Из четырёх цифр, отличных от нуля, составили два четырёхзначных числа: самое большое из возможных и самое маленькое. Сумма полученных чисел оказалась равна 11 990. Какие числа могли быть составлены?

12.2. В трёхзначном числе последняя цифра 3. Если её переставить на начало числа, то получится число, которое будет на 1 больше, чем утроенное первоначальное число. Найдите начальное число.

12.3. Вася задумал три различные цифры, отличные от нуля. Петя записал все возможные двузначные числа, в десятичной записи которых использовались только эти цифры. Сумма записанных чисел равна 231. Найдите цифры, задуманные Васей.

12.4. Доказать, что если трёхзначное число $\overline{abc}$ делится на 37, то числа $\overline{bca}$ и $\overline{cab}$ тоже делятся на 37.

12.5. Разность чисел $\overline{abcdef}$ и $\overline{fdebca}$ делится на 271. Докажите, что $b = d$ и $c = e$.

12.6. Пусть a, b, c, d — различные цифры. Докажите, что $\overline{cdcdcdcd}$ не делится на $\overline{aabb}$.

12.7. Может ли число, десятичная запись которого содержит более одной цифры, равняться произведению своих цифр?

12.8. В десятичной записи числа имеется ноль. При вычеркивании этого нуля число уменьшилось в 9 раз. На каком месте стоял этот ноль?

12.9. Коля утверждает, что можно выяснить, делится ли на 101 сумма всех четырёхзначных чисел, в записи которых нет ни цифры 0, ни цифры 9, не вычисляя самой суммы. Прав ли Коля?