

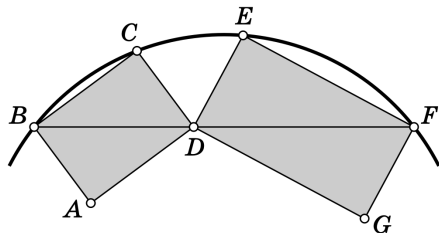
Занятия Малого мехмата МГУ в субботу 09.03.2024 не будет — вместо него пройдёт математическая игра в онлайн-формате. Следите за объявлениями на сайте Малого мехмата mmmf.msu.ru и в Discord. В воскресенье 10 марта пройдёт Московская математическая олимпиада для 8-11 классов. Подробная информация и регистрация — на сайте <https://mmo.mccme.ru/>.

14.1. Саша записывает числа 1, 2, 3, 4, 5 в каком-нибудь порядке, расставляет знаки арифметических операций «+», «−», « $\times$ » и скобки и смотрит на результат полученного выражения. Например, он может получить число 8 с помощью выражения $(4 - 3) \times (2 + 5) + 1$. Может ли он получить число 123? Формировать числа из нескольких других нельзя (например, из чисел 1 и 2 нельзя составить число 12).

14.2. Из шести палочек попарно различной длины сложены два треугольника (по три палочки в каждом). Всегда ли можно сложить из них один треугольник, стороны которого состоят из одной, двух и трех палочек соответственно?

14.3. У каждого из девяти натуральных чисел $n, 2n, 3n, \dots, 9n$ выписали первую слева цифру. Может ли при некотором натуральном n среди девяти выписанных цифр быть не более четырёх различных?

14.4. Прямоугольники $ABCD$ и $DEFG$ расположены так, что точка D лежит на отрезке BF , а точки B, C, E, F лежат на одной окружности (см. рисунок). Докажите, что $\angle ACE = \angle CEG$.



14.5. Клетки бумажного квадрата 8×8 раскрашены в два цвета. Докажите, что Арсений может вырезать из него по линиям сетки два квадрата 2×2 , не имеющих общих клеток, раскраски которых совпадают. (Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются разными.)

14.6. Периметр треугольника ABC равен 1. Окружность ω касается стороны BC , продолжения стороны AB в точке P и продолжения стороны AC в точке Q . Прямая, проходящая через середины отрезков AB и AC , пересекает описанную окружность треугольника APQ в точках X и Y . Найдите длину отрезка XY .