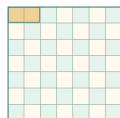


Чётность

1. Можно ли покрыть доску 7×7 доминошками 1×2 без наложений и свободных клеток?



2. Каждый из 15 школьников положил в копилку одну монету: 1, 3 или 5 рублей. Могло ли в копилке оказаться в конечном итоге ровно 40 рублей?

3. Ваня построил четыре башни из кубиков, низ которых скрыт облаками.

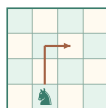


а) Чётное или нечётное число кубиков в каждой башне?

б) А во всех башнях вместе?

4. Все товары в магазине стоят целое число рублей. Маша купила 4 одинаковые ручки, 6 одинаковых ластиков и 8 одинаковых карандашей. Продавец сказал: «С вас 105 рублей». Верно ли он посчитал?

5. Гоша разорвал стенгазету на 3 части. Затем одну из частей снова разорвал на 3 части и так продолжал дальше. Могло ли в какой-то момент получиться ровно 100 частей?



6. Шахматный конь сделал несколько ходов и вернулся на исходную клетку. Чётное ли число ходов он сделал?

7. Из книги выпал кусок из нескольких целых листов. Первая страница имеет номер 328, а номер последней записан теми же цифрами в другом порядке. Какой номер у последней страницы?

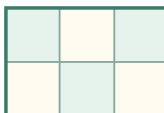
8. Можно ли поставить знак $+$ или $-$ в каждый промежуток между числами, чтобы равенство стало верным?

а) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 = 0$;

б) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 = 0$.

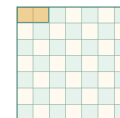
9. В ряд стоят 8 банок с рыбками. В любых двух соседних банках число рыбок отличается на 1. Может ли во всех банках вместе быть 225 рыбок?

10. Можно ли заполнить таблицу 2×3 целыми числами так, чтобы сумма в каждой строке и в каждом столбце была нечётной?



Чётность

1. Можно ли покрыть доску 7×7 доминошками 1×2 без наложений и свободных клеток?



2. Каждый из 15 школьников положил в копилку одну монету: 1, 3 или 5 рублей. Могло ли в копилке оказаться в конечном итоге ровно 40 рублей?

3. Ваня построил четыре башни из кубиков, низ которых скрыт облаками.



а) Чётное или нечётное число кубиков в каждой башне?

б) А во всех башнях вместе?

4. Все товары в магазине стоят целое число рублей. Маша купила 4 одинаковые ручки, 6 одинаковых ластиков и 8 одинаковых карандашей. Продавец сказал: «С вас 105 рублей». Верно ли он посчитал?

5. Гоша разорвал стенгазету на 3 части. Затем одну из частей снова разорвал на 3 части и так продолжал дальше. Могло ли в какой-то момент получиться ровно 100 частей?



6. Шахматный конь сделал несколько ходов и вернулся на исходную клетку. Чётное ли число ходов он сделал?

7. Из книги выпал кусок из нескольких целых листов. Первая страница имеет номер 328, а номер последней записан теми же цифрами в другом порядке. Какой номер у последней страницы?

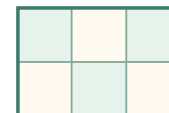
8. Можно ли поставить знак $+$ или $-$ в каждый промежуток между числами, чтобы равенство стало верным?

а) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 = 0$;

б) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 = 0$.

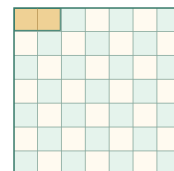
9. В ряд стоят 8 банок с рыбками. В любых двух соседних банках число рыбок отличается на 1. Может ли во всех банках вместе быть 225 рыбок?

10. Можно ли заполнить таблицу 2×3 целыми числами так, чтобы сумма в каждой строке и в каждом столбце была нечётной?



2. Чётность. Решения

1. Можно ли покрыть доску 7×7 доминошками 1×2 без наложений и свободных клеток?



Решение. Каждая доминошка закрывает две клетки. Значит, все доминошки вместе закрывают чётное число клеток, а на доске $7 \cdot 7 = 49$ клеток.

Ответ: Нет.

2. Каждый из 15 школьников положил в копилку одну монету: 1, 3 или 5 рублей. Могло ли в копилке оказаться в конечном итоге ровно 40 рублей?

Решение. Каждая монета стоит нечётное число рублей. Сумма пятнадцати нечётных чисел нечётна, а 40 — чётное число.

Ответ: Нет.

3. Ваня построил четыре башни из кубиков, низ которых скрыт облаками.

- а) Чётное или нечётное число кубиков в каждой башне?
б) А во всех башнях вместе?



Решение. Рассматриваем башни слева направо. У первой два одинаковых столбика, поэтому число кубиков чётно. У второй столбики отличаются по высоте на один кубик, поэтому число кубиков нечётно. У третьей башни восемь столбиков. Если оставить их все высотой с самый низкий, получится чётное число кубиков. Выше этого уровня находятся $4 + 3 + 2 + 2 = 11$ кубиков. Поэтому в третьей башне нечётное число кубиков. У четвёртой башни двенадцать столбиков. Общая нижняя часть содержит чётное число кубиков, а выше самого низкого столбика находятся $3 + 6 + 9 = 18$ кубиков (считая по рядам столбиков от переднего к заднему). Поэтому в четвёртой башне число кубиков чётно.

Всего получается сумма двух чётных и двух нечётных чисел, то есть чётное число.

Ответ: а) Чётное, нечётное, нечётное, чётное; б) чётное.

4. Все товары в магазине стоят целое число рублей. Маша купила 4 одинаковые ручки, 6 одинаковых ластиков и 8 одинаковых карандашей. Продавец сказал: «С вас 105 рублей». Верно ли он посчитал?

Решение. Стоимость ручек чётна, потому что ручек четыре. По той же причине стоимость ластиков и стоимость карандашей тоже чётны. Их сумма чётна и не может равняться 105 рублям.

Ответ: Нет.

5. Гоша разорвал стенгазету на 3 части. Затем одну из частей снова разорвал на 3 части и так продолжал дальше. Могло ли в какой-то момент получиться ровно 100 частей?

Решение. Каждый раз вместо одной части появляются три, то есть общее число частей увеличивается на 2. Вначале часть была одна, поэтому число частей всегда нечётно. Число 100 чётно.

Ответ: Нет.

6. Шахматный конь сделал несколько ходов и вернулся на исходную клетку. Чётное ли число ходов он сделал?



Решение. Каждый ход конь переходит на клетку другого цвета. После нечётного числа ходов он окажется на клетке противоположного цвета, после чётного — на клетке исходного цвета. Чтобы вернуться на исходную клетку, нужно сделать чётное число ходов.

Ответ: Чётное.

7. Из книги выпал кусок из нескольких целых листов. Первая страница имеет номер 328, а номер последней записан теми же цифрами в другом порядке. Какой номер у последней страницы?

Решение. На каждой стороне листа находится одна страница. Поэтому в выпавшем куске чётное число страниц. Если первая имеет чётный номер 328, то последняя имеет нечётный номер. Из цифр 3, 2, 8 получаются лишь два нечётных номера: 283 и 823. Последний номер больше 328, значит, это 823.

Ответ: 823.

8. Можно ли поставить знак $+$ или $-$ в каждый промежуток между числами, чтобы равенство стало верным?

а) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 = 0;$

б) $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 = 0.$

Решение. В пункте а) подходит, например, $1 + 2 - 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 = 0$.

В пункте б) среди чисел пять нечётных. При сложении и вычитании нечётного числа чётность результата меняется, а при сложении и вычитании чётного — сохраняется. Поэтому результат будет нечётным и не сможет равняться нулю.

Ответ: а) Да; б) нет.

9. В ряд стоят 8 банок с рыбками. В любых двух соседних банках число рыбок отличается на 1. Может ли во всех банках вместе быть 225 рыбок?

Решение. Разобьём банки на четыре пары соседних: первую со второй, третью с четвёртой и так далее. В каждой паре в одной банке чётное число рыбок, в другой — нечётное. Сумма в каждой паре нечётна, а сумма четырёх таких чисел чётна. Поэтому 225 рыбок быть не может.

Ответ: Нет.

10. Можно ли заполнить таблицу 2×3 целыми числами так, чтобы сумма в каждой строке и в каждом столбце была нечётной?

Решение. Сложим все числа по строкам. Получим сумму двух нечётных чисел, то есть чётное число. Теперь сложим те же числа по столбцам. Получим сумму трёх нечётных чисел, то есть нечётное число. Одна и та же сумма не может быть и чётной, и нечётной.

Ответ: Нет.