

0.1. Может ли в месяце быть 5 воскресений? А 6?

Решение: Да, если месяц начинается с воскресенья. Нет, так как 6 воскресений означают 5 полных недель в месяце, что невозможно.

14.1. Три человека с холодильником хотят переправиться через реку. Лодка вмещает либо двух человек и холодильник, либо трёх человек. Беда в том, что холодильник тяжёлый, поэтому погрузить его в лодку и вытащить из неё можно только втроём. Смогут ли они все переправиться и переправить холодильник на другой берег?

Решение: Да, смогут. Сначала холодильник грузят три человека. Затем два человека и холодильник переплавляются и один человек высаживается. Оставшийся в лодке возвращается с холодильником назад, забирает последнего и далее на ту сторону едут холодильник и два человека. Холодильник выгружают все трое.

14.2. Можно ли набрать из реки 8 литров воды с помощью двух вёдер, вместимостью 15 л и 16 л?

Решение: Да, можно. Наполняем ведро 16 литров, переливаем в 15, в первом ведре остается один литр. Выливаем 15 литров и переливаем 1 литр во второе ведро. Далее снова наполняем ведро 16 литров и переливаем его содержимое в ведро на 15 литров - в ведре на 16 останется 2 литра. Повторяем шаги до тех пор, пока в ведре на 16 не станет 8 литров.

14.3. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется - определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.

а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).

б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

Решение:

а) Лиса раскладывает конфеты так: 10, 10 и 80. Если ей достанется кучка из 80 конфет, то медвежатам достанется поровну конфет, и они не будут жаловаться. Если ей достанется кучка из 10 конфет, то, для того чтобы уравнять доли медвежат, ей придётся съесть ещё 70 конфет

б) В итоге медвежата съели поровну конфет, поэтому суммарное число конфет, съеденных медвежатами, чётно. Так как 100 – чётное число, то Лиса также съела чётное число конфет.

14.4. В ряд выписаны числа от 1 до 10: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10. Можно ли между какими-то цифрами расставить знаки "+" и "-" так, чтобы получился 0? (в отрицательные числа уходить нельзя)

Решение: Можно. $12-3-4+5-6+7+8-9-10=0$.

14.5. С числами можно выполнять следующие операции: умножать на два или произвольным образом переставлять цифры (нельзя только ставить ноль на первое место). Можно ли с помощью таких операций из 1 получить 74?

Решение: Нельзя. Число 74 могло получиться либо из числа 47, либо из числа 37. Все эти числа нечетные, то есть могли получиться только перестановкой своих цифр. Перестановка цифр числа 47 дает нам обратно 74, а в числе 37 обе цифры нечетные, значит, мы могли получить его только из 73.

14.6. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник заметил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий делится на три.

Можно ли добраться из города 1 в город 9?

Решение: Нельзя. Вспоминаем признак делимости на 3 - сумма цифр числа должна делиться на три. Таким образом, города 3, 6 и 9 будут соединены только друг с другом - связи с городом 1, как и с другими городами, у них не будет.

14.7. На мехмате появилось объявление: "Ректор МГУ категорически возражает против отмены решения о запрете контроля за прическами". Может ли теперь Андрей Игоревич Шафаревич покрасить волосы в фиолетовый цвет без риска получить выговор?

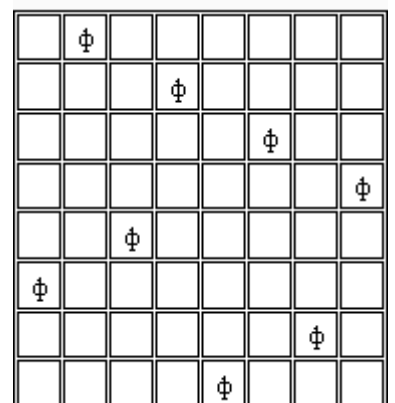
Решение: Решение о контроле – то есть красить волосы нельзя. О запрете контроля - можно. Отмена решения - нельзя. Возражение против отмены - снова можно.

14.8. Среди четырех людей нет трех с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждого двух совпадает или имя, или отчество, или фамилия. Может ли такое быть?

Решение: Да, может. Например: Андрей Васильевич Иванов, Андрей Геннадиевич Петров, Борис Геннадиевич Иванов, Борис Васильевич Петров.

14.9. Можно ли расставить на шахматной доске 9 ладей так, чтобы они не били друг друга? А 17 королей? А 8 ферзей?

Решение: 9 ладей поставить нельзя. Каждая ладья бьет одну вертикаль и одну горизонталь, следовательно, для 9-й места не останется. 17 королей поставить нельзя. В каждом квадрате 2×2 можно поставить ровно одного короля - таких квадратов на доске 16, следовательно, больше 16ти королей разместить не получится. 8 ферзей расставить можно - пример на картинке справа.



14.10. а) Можно ли из 6 спичек составить 4 треугольника?

б) Можно ли из квадрата 9×9 вырезать 17 квадратов 2×2 ?

в) Существует ли шестиугольник из палочек, который одним прямотинейным разрезом можно разбить на 4 равных треугольника?

Решение: а) Можно. Пирамида.

б) Нельзя. Ставим 16 точек в чётных вертикалях и горизонталях. Нельзя не накрыть точку квадратом, значит их не больше, чем точек

в) Да, существует, пример на картинке справа.

