

18.0.1 Подумайте, по какому признаку можно выбрать «крайний» элемент в следующих множествах:

- а) шарики разного диаметра;
- б) несколько попарно различных (то есть в наборе нет двух одинаковых) натуральных чисел;
- в) очередь желающих сдавать задачи на математическом кружке;
- г) множество всех котиков на земле;
- д) несколько месяцев в году;
- е) шкафы, отличающиеся по размеру и весу;
- ж) все страны на Земле;
- з) шашки, расположенные на доске 8х8.

18.0.2 В пустой комнате большой футбольный мяч гоняется за маленьким мячиком от настольного тенниса и хочет его раздавить. Как спастись маленькому мячику?

18.1 На рынке продавались 6 мешков капусты с весами 15, 16, 18, 19, 20 и 21 кг. Первый покупатель купил 2 мешка капусты, а второй 3 мешка. Может ли такое быть, что второй купил в 2 раза больше капусты, чем первый?

18.2 В деревне Разноростное (жителей в деревне хотя бы трое) нет двух жителей с одинаковым ростом.

- а. Однажды все жители этой деревни встали в круг, после чего каждый в кругу сделал следующее заявление: «Мой сосед справа ниже меня!» Докажите, что хоть один соврал.
- б. Все жители вновь выстроились в круг, после чего каждый заявил: «Оба моих соседа ниже меня!» Докажите, что в этот раз хотя бы один из жителей сказал правду. Существенно ли в этой задаче условие на отсутствие двух жителей одинакового роста?
- с. Имярек из соседней деревни Многоростное попросил односельчан (заметьте, в этот раз мы не знаем, существуют ли в деревне Многоростное 2 жителя одинакового роста!) встать в круг. Сельчане выполнили просьбу, после чего каждый сельчанин заявил, что один его сосед был выше него, а другой сосед был ниже его. Докажите, что хотя бы двое сельчан соврали.



18.3 Можно ли расположить числа от 1 до 10 (каждую ровно по одному разу) в такой последовательности, чтобы при сложении любых трёх соседних цифр получалась сумма не выше 15?

18.4 На жердочке в ряд уселись шесть попугаев. Между Гошей и Кешей сидит Рома и ещё один попугай. Между Яшей и Ромой сидит Тиша и ещё один попугай. Между Тишей и Федей сидит Гоша и ещё один попугай. В каком порядке сидят попугаи, если Федя не сидит на краю?

18.5 В древнем царстве Тарния правил повелитель Ятнира, потомок великого императора Ятианра. Чтобы атрианцы не могли строить козни, он придумал для них упрощенный язык. Его алфавит состоял всего из шести букв: А, И, Н, Р, Т, Я, но порядок их отличался от принятого в русском языке. Словами этого языка были все последовательности, использующие каждую из этих букв по одному разу. Ятнира издал полный словарь нового языка. В соответствии с алфавитом первым словом словаря оказалось «Тарния». Какое слово следовало в словаре за словом Ятианр?

18.6

- а. Возможно ли расставить натуральные числа от 1 до 9 и 10 в строчку так, чтобы в каждой паре соседних чисел они отличались бы друг от друга не менее, чем на 5?
- б. Возможно ли расставить все цифры, кроме 0, а также число 20 в ряд так, чтобы для любых соседей одно из чисел делилось на другое?

18.7 Вдоль фонтана МГУ по прямой растёт четыре дерева. Известны пять из шести попарных расстояний между ними: 2м, 2м, 3м, 4м, 5м. Найдите оставшееся шестое расстояние.

18.8 На доске были записаны четыре натуральных числа. Сложив их всевозможными различными способами по два, Петя получил следующие шесть сумм: 17, 18, 20, 21, 23, 26. Докажите, что Петя ошибся при исчислении сумм.

18.9 Полина, Галина, Марина, Ирина, Фаина, Янина и Кристина стоят по кругу так, что все семь расстояний между соседними девочками различны. Учитель попросил каждую назвать имя той из двух соседних с ней девочек, которая стоит ближе к ней. Могут ли в ответ на просьбу учителя быть названы имена всех девочек?

18.10

- а. Восемь гриффиндорцев собрали 37 конфет “Берти Боттс”. Известно, что никакие двое не собрали конфет поровну и каждый нашел хотя бы одну конфету. Докажите, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.
- б. В Запретный лес собирать целебные корни отправили четырех гриффиндорцев и трех слизеринцев. Всего они собрали 70 корней. Никакие два слизеринца не собрали поровну, а любые трое гриффиндорцев принесли вместе не менее 43 корней. У любых двоих учеников число собранных корней отличалось не более чем в 5 раз. Малфой собрал больше всех из слизеринцев. Сколько он принес корней?

18.11 Гермiona в течение 10 дней разучивала заклинания – каждый день хотя бы одно. Каждый день (кроме первого), если погода была пасмурная, то она разучивала на одно заклинание больше, чем в предыдущий день, а если солнечная – на одно заклинание меньше. За первые 9 дней Гермiona выучила 13 заклинаний. Какая погода была на десятый день?