

**Отрицание к данному утверждению** - такое утверждение, что если верно данное утверждение, то неверно ложное, и наоборот: если данное утверждение ложно, то ложное, напротив, будет верным. Также важный момент: данное утверждение и его отрицание не могут быть оба ложными или оба правдивыми. Одно из них - ложное, другое - правдивое.

**Пример:** отрицанием к утверждению "Сегодня Петя ходил в школу" будет утверждение "Сегодня Петя не ходил в школу".

**0.1.** Постройте отрицания к утверждениям:

- а) "У Тани в кармане больше 10 рублей".
- б) "На завтрак Маша выпила какао и съела кашу"
- в) "У каждого ученика пятого класса есть велосипед"

**Решение:**

а) Очевидно, заменяем знак больше на меньше или равно, чтобы получить отрицание.

б) Отрицание этого высказывания должно содержать хотя бы одно утверждение из двух: «На завтрак Маша не съела кашу», «На завтрак Маша не выпила какао». Итоговое отрицание получается, если поставить между этими двумя высказываниями слово или.

в) Аналогично предыдущему пункту, мы должны рассмотреть совокупность утверждений, в которых *хотя бы* у одного ученика велосипеда нет. Объединяем их.

**Сформулируем утверждения:**

1. Если утверждение содержит слово «меньше», то для построения отрицания, надо заменить его на «больше или равно» и наоборот.
2. Если утверждение состоит из нескольких частей, соединенных союзом «и», то для построения отрицания, надо построить отрицание каждой части утверждения, а между частями поставить союз «или».
3. Если утверждение состоит из нескольких частей, соединенных союзом «или», то для построения отрицания, надо построить отрицание каждой части утверждения, а между частями поставить союз «и».
4. Если утверждение содержит слово «каждый», то для построения отрицания, надо заменить это слово на выражение «хотя бы один» и к остальной части построить отрицание.
5. Если утверждение содержит выражение «хотя бы один», то для построения отрицания, надо заменить это выражение на слово «каждый» и к остальной части построить отрицание.

**Ответ:**

- а) «У Тани в кармане меньше или ровно 10 рублей»
- б) «На завтрак Маша не съела кашу или не выпила какао»
- в) «Хотя бы у одного ученика пятого класса нет велосипеда»

Жили-были на одном небольшом просторе Средиземья два племени — эльфы и орки. Эльфы были настолько мудры и благородны, что не могли говорить ничего, кроме правды, правды и только правды. А орки за годы так привыкли оправдываться, выкручиваться и хитрить, что уже не могли говорить ничего, кроме лжи. Вот несколько преданий, записанных эльфом Правдиссимусом.

**0.2.** Что ответит эльф на вопрос «Ты орк?» Что ответит орк на вопрос «Ты эльф?»

**Решение:**

Эльф ответит "нет", так как он всегда говорит правду. Орк ответит "да", так как он всегда лжет.

**3.1.** В Средиземье вы встретили двух друзей и спросили: «Кто вы?». Один ответил, но вы плохо расслышали. Его друг сказал: «Он сказал, что он орк». Определите, кто ответивший первым, а кто его друг.

**Решение:**

«Он сказал, что он орк» - ложное утверждение. Эльф не будет называть себя орком, а орк никогда не признается, что он орк. Значит, ответивший друг - орк. А ответивший первым - эльф или орк.

**Ответ:**

эльф и орк или орк и орк.

- 3.2. К группе из четырех жителей Средиземья вы обратились с вопросом: «Сколько эльфов среди вас?» На этот вопрос ответили так: Первый: «Все мы орки», второй: «Среди нас один орк», третий: «Среди нас два орка», четвертый: «Я ни разу не лгал и сейчас не лгу». Определите, кем являлся четвертый житель Средиземья.

**Решение:**

Первый сказал ложь. Если бы он был эльфом, утверждение «Все мы орки» было бы неправдой. Раз он сказал ложь, то не все они орки. Значит, есть по крайней мере 1 эльф. Утверждения второго и третьего не могут быть правдой одновременно. Значит, кто-то из них орк. То есть по крайней мере 2 орка у нас уже есть. Значит, утверждение второго ложно. Далее возможны 2 варианта: третий - эльф и третий - орк. В первом варианте получается, что четвертый эльф, потому что утверждение третьего гласит, что среди них всего 2 орка. Во втором варианте надо вспомнить, что у нас обязан быть хотя бы 1 эльф (это следует из утверждения первого).

**Ответ:**

Эльф

- 3.3. Путник встретил троих жителей Средиземья и спросил каждого из них: «Сколько эльфов среди твоих спутников?» Первый ответил: «Ни одного». Второй сказал: «Один». Что сказал третий?

**Решение:**

Если первый сказал правду, то второй и третий - орки. Тогда с одной стороны, утверждение второго ложно, ведь он орк. С другой стороны, оно истинно, ведь среди его спутников ровно 1 эльф - первый. Противоречие. Значит первый - орк. Если второй - орк, то третий тоже. Это следует из ложности утверждения второго. Этот вариант нам не подходит, так как хотя бы один эльф в компании должен быть (так как утверждение первого ложно). Значит второй говорит правду. А значит третий - эльф. Третий назвал число своих спутников-эльфов. Один.

**Ответ:**

Один.

- 3.4. В комнате сидело 2024 жителя Средиземья, эльфов и орков. В какой-то момент один человек обиделся и ушел. Один из оставшихся, поглядев в след, заметил: «Ушедший - орк!». После чего встал и тоже вышел. Второй сказал: «Оба ушедшие - орки» и тоже ушел. Далее каждый из оставшихся уходил, говоря: «Все ушедшие - орки». Пока последний оставшийся в комнате печально не констатировал: «Да, все ушедшие орки». Определите, сколько в комнате было орков первоначально.

**Решение:**

Если первым ушедшим был орк, следующий, кто ушел после него, эльф. А дальше каждый последующий выходящий был орком (ведь уже не все ушедшие - орки), как и тот, кто остался сидеть в конце. Получилось 2023 орка.

Если первым ушедшим был эльф, все последующие люди произносили ложь. Снова получилось 2023 орка.

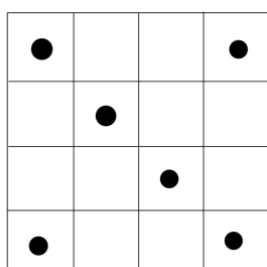
**Ответ:**

2023.

- 3.5. Жителей Средиземья поставили на большую доску так, что в каждой клетке доски 4×4 стоит житель Средиземья. Какое наибольшее число из них может произнести фразу "У меня есть сосед-орк"? Соседи считаются только по стороне.

**Решение:**

Все. Пример показан на картинке. Все орки отмечены точками.



- 3.6. В Средиземье также живут гномы. Они чередуют правдивые и ложные высказывания, начать могут с любого. Однажды за круглым столом собралась компания из 12 жителей Средиземья. Каждый произнёс три фразы:

«Мой сосед слева - орк. Следующий за ним - гном. Следующий за ним - эльф». Сколько гномов могло сидеть за столом? Укажите все ответы и объясните, почему других нет.

**Решение:**

Предположим, что за столом есть хотя бы один гном. Пронумеруем всех по часовой стрелке так, чтобы этот гном имел номер 1. Тогда из его утверждений следует, что номер 2 – орк, 3 – гном, а 4 – эльф. Из первой фразы эльфы 4 получаем, что номер 5 – орк. Но тогда первые два высказывания гнома 3 являются лживыми, чего быть не может. Значит, эльфов за столом нет. Предположим, что за столом есть хотя бы один орк. Также будем считать, что его номер 1. Тогда из его первого утверждения следует, что номер 2 не может быть орком, а так как эльфов за столом нет, то он гном. Из второй фразы орка 1 следует, что номер 3 – орк, а из первого утверждения орка 3 получаем, что номер 4 – гном. Но тогда первые два высказывания гнома 2 являются правдивыми. Значит, и орков за столом нет. Таким образом, все сидящие за столом – гномы. Такое возможно, если каждый из них начал с ложного утверждения

**Ответ:**

12 гномов.

- 3.7.** 13 маленьких хоббитов сели за круглый стол и договорились, что мальчики будут врать девочкам, а друг другу говорить правду, а девочки, наоборот, будут врать мальчикам, а друг другу говорить правду. Один из хоббитов сказал своему правому соседу: «Большинство из нас мальчики». Тот сказал своему правому соседу: «Большинство из нас девочки», а он своему соседу справа: «Большинство из нас мальчики», а тот своему: «Большинство из нас девочки» и так далее, пока последний хоббит не сказал первому: «Большинство из нас мальчики». Кого больше за столом?

**Решение:**

Так как хоббитов нечетное количество, то больше либо мальчиков, либо девочек. Рассмотрим по очереди оба варианта. Пусть больше мальчиков. Тогда посмотрим на тринадцатого и первого хоббита, которые сказали своим соседям правду. (по предположению) Значит, 13й, 1й и 2й хоббит могут быть соответственно либо тремя мальчиками, либо тремя девочками. Расставим хоббитов однозначно в каждом варианте. В первом случае все хорошо и условия задачи выполняются, так как во втором, с первыми тремя девочками, девочек получается больше, что противоречит предположению. Рассмотрим второй вариант: больше девочек. Аналогично посмотрим на 13го, 1го и 2го хоббита: это либо мальчик-девочка-мальчик, либо девочка-мальчик-девочка. Расставляем хоббитов в обоих случаях и везде высказывание двенадцатого хоббита противоречит условию задачи. Значит, верен только один вариант, когда мальчиков больше.

**Ответ:**

больше мальчиков.