0.1 Юнга Пит готовится нарисовать карту, чтобы отметить местонахождение спрятанного клада. У него есть 3 разных пера, 5 угольных карандашей и 8 кусочков мелованного камня. Сколькими способами он может выбрать один инструмент, чтобы приступить работе?

Решение:

Так как всего инструментов у него 3+5+8=16, значит и способов выбрать у него столько же (правило суммы)

Ответ:

16

0.2 Капитан Джек отправляет важное письмо с пиратского острова. У него есть 5 видов конвертов, сделанных из пальмовых листьев, и 4 вида марок с изображением кракенов. Сколькими способами можно выбрать конверт и марку, чтобы доставить письмо в порт?

Решение:

Так как для каждого из 5 конвертов Джек может выбрать одну из 4 марок, то всего различных комбинаций конверта и марки будет 5*4 = 20

(правило произведения)

Ответ:

20

0.3 Пираты нашли сундук с 9 разными золотыми монетами. Сколькими способами они могут разделить монеты между двумя кожаными мешками, чтобы готовиться к побегу?

Решение:

Каждая монета лежит либо в 1 мешке либо в 2, значит по правилу произведения количество способов разделить монеты будет 2^9.

Ответ:

512

8.1 На борту пиратского корабля 18 юнг и 15 матросов. Сколькими способами можно:

а) выбрать одного добровольца для выполнения задания капитана?

б) выбрать двух участников команды — одного юнгу и одного матроса?

в) выбрать капитана и его заместителя?

г) выбрать двух пиратов для выполнения секретной миссии?

Решение:

а) Всего человек на борту 18+15 = 33, как и количество способов выбрать одного из них

б) По правилу произведения, количество способов будет 18*15=270

в) Выберем капитана из 33 человек, а заместителя из оставшихся 32, по правилу произведения будет 33*32 = 1056 способов

г) Для каждой пары способов выбрать капитана и заместителя из пункта в) есть только один способ выбрать их обоих(неважно кого выбираем первым а кого вторым), значит способов будет в два раза меньше т.е. 1056/2 = 528

Ответ:

а) 33

б) 270

в) 1056

г) 528

8.2 На пиратской карте 8 на 8 спрятаны белые и черные сундуки, расположенные как клетки шахматной доски. Сколько существует способов выбрать один белый сундук и один черный, чтобы они не находились на одной горизонтали или одной вертикали?

Решение:

Белое поле выбираем 32 способами и вычеркиваем соответствующие горизонталь и вертикаль. На оставшейся части доски есть 24 черных поля. Всего $32 \cdot 24 = 768$ способов выбора.

Ответ:

768

8.3 У пиратов принято давать своему ребенку одно или несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если в общем списке доступно 300 имен, а ребенку дают не более трех имен? Хватит ли всех комбинаций, чтобы у каждого из 66 миллионов жителей пиратской колонии было уникальное имя?

Решение:

Ребенок может получить либо одно, либо два, либо три имени, причем все имена различны. Всего 300 + 300 . 299 + 300 . 299 . 298 = 26 820 600 различных вариантов. На всех жителей не хватит.

Ответ:

26820600, не хватит

8.4 Капитан Барбосса раздает сундукам коды, которые являются четырехзначными числами. Сколько существует таких кодов:

а) состоящих только из нечетных цифр?

б) состоящих только из четных цифр?

в) содержащих хотя бы одну нечетную цифру?

г) содержащих хотя бы две нечетные цифры?

Решение:

а) Всего нечетных цифр 5 -(1,3,5,7,9), значит разных кодов 5^4 = 625

б) Четных цифр тоже 5 - (0,2,4,6,8), но 0 не может стоять на первой позиции числа(так как такая комбинация числом являться не будет), значит разных кодов будет 4*5*5*5 = 500

в) Количество чисел содержащих хотя бы одну нечетную цифру равно разности количества всех чисел(четырехзначных конечно же) и чисел содержащих только четные цифры т.е. 9000-4*5*5*5 = 8500

г) 9000 - 4*5*5*5 - 5*5*5*5 - 4*5*5*5*3 = 6375 (все числа - 0 нечетных - 1 нечетная на первом месте - 1 нечетная не на первом месте)

8.5 На пиратском корабле есть 3 альбатроса, 4 чайки и 2 баклана. Кок хочет приготовить из них знаменитый пиратский суп “Похлебка Кракена”, в рецепт которой должны входить как минимум 3 птицы разных видов. Сколькими способами кок может приготовить похлебку?

Решение:

Каждый альбатрос может либо войти, либо не войти в число выбранных. Поэтому имеем 2^3 способов выбора альбатросов. Так как по условию хотя бы один альбатрос должен быть выбран, получаем 7 способов выбора альбатросов. Точно так же есть 2^4 - 1 = 15 способов выбора чаек и 2^2 - 1 = 3 способа выбора бакланов. Всего $7 \cdot 15 \cdot 3 = 315$ способов.

Ответ:

315

8.6 На борту пиратского корабля разразилась паника: говорят, что числа, в которых есть цифра "1", приносят несчастье!

а) Среди всех чисел от 1 до 999, каких больше: тех, которые несут "несчастливую единицу" в своей записи, или тех, которым удалось избежать этого проклятия?

б) А как обстоят дела с семизначными числами? Каких больше: тех, которые несут "несчастливую единицу" в своей записи, или тех, которым удалось избежать этого проклятия?

Решение:

а) Имеется 83 = 512 трёхзначных чисел, не содержащих 1 и 0. Это уже больше половины чисел первой тысячи.

б) Подсчитаем количество чисел, в записи которых нет единицы. На первом месте может стоять любая из восьми цифр (не 0 и не 1), на каждом из остальных – любая из девяти цифр, отличных от 1. Всего получаем 8·96 чисел, что составляет меньше половины от количества 9·106 всех семизначных чисел.

Ответ:

Больше чисел, в записи которых а) нет единицы; б) есть единица.

8.7 Капитан Джек Воробей записал секретные слова, но попугай Пятница перепутал буквы. Сколько всего разных слов можно составить, переставляя буквы в словах:

а) "парус";

б) "карта";

в) "карамба"; (ответ можно записать в виде формулы).

Решение:

а) на первое место в новом слове мы можем поставить одну из 5 букв, на второе место - одну из четырех и так далее, значит всего разных слов будет 5*4*3*2*1=120

б) по аналогии с пунктом а получим 120 разных слов, но в этих словах мы можем поменять местами две буквы “а” и при этом слово не изменится - значит каждое слово которые “выглядит одинаково” мы посчитали дважды , т.е. различных слов будет 120/2= 60

в) по аналогии с пунктом а получим 7*6*5*4*3*2*1=5040 слов, но теперь у нас 3 буквы а при изменении мест которых слово не поменяется. Посмотрим сколькими способами мы можем переставить буквы “а” между собой: пусть буквы а стоят на каких то трех местах в слове, тогда выберем место для первой буквы, а затем для второй(третья автоматически займет 3 слот), всего таких выборов может быть 3*2 = 6, значит в исходных 5040 словах каждое уникальное слово было подсчитано 6 раз, значит итоговый ответ будет 5040/6= 840

Ответ:

840